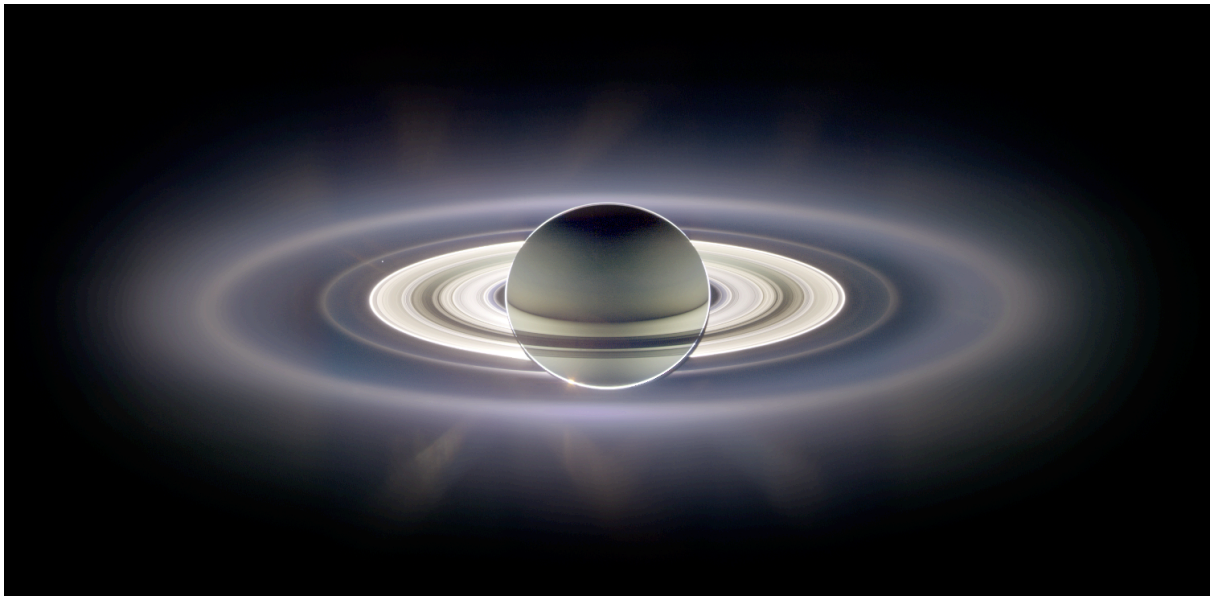
CORSO DI FISICA

Nicolas Cretton



Programma di secondo anno in chiave astronomica

Liceo Lugano 2, 2010-2011

Figura di copertina: Il magnifico sistema di anelli attorno Saturno risplende nella luce diffusa del Sole in questa immagine presa dalla sonda spaziale Cassini mentre passa dietro al pianeta nel 2006. Per Galileo, con il suo telescopio primitivo, Saturno sembrava avere due grandi lune che somigliavano a due "orecchie". Gli anelli sono chiaramente visibili dai telescopi amatoriali moderni. Questa immagine contiene anche il nostro pianeta Terra, il punto bianco a ore 10 posto tra gli anelli principali chiari e l'anello più sottile grigio–marrone.

Credito: immagine presa in infrarosso, luce visibile ed ultravioletta dal team Cassini Imaging della Nasa/JPL/Space Science Institute.

Indice

1 Introduzione **1**

1.1 In chiave astronomica 1
1.2 Perché l'astronomia? 1
1.3 Come trarre il massimo vantaggio da questo corso 3
1.4 Fonti 3

2 La gravitazione e il valzer dei pianeti **5**

2.1 Modelli geocentrici antichi per spiegare il moto dei pianeti 6
2.1.1 Il modello geocentrico dei greci 6
2.1.2 Il modello tolemaico 10
2.2 Nicolaus Copernicus escogitò il primo comprensivo modello eliocentrico 12
2.2.1 Un modello eliocentrico spiega il moto retrogrado 12
2.2.2 Copernicus e la collocazione dei pianeti 14
2.2.3 Periodi planetari e dimensioni delle orbite 15
2.2.4 La forma delle orbite nel modello copernicano 19
2.3 Le osservazioni astronomiche di Tycho Brahe smentiscono antiche idee . 19
2.3.1 Tycho e la posizione dei pianeti 21
2.4 Johannes Kepler propose traiettorie planetarie ellittiche attorno al Sole . 22
2.4.1 Orbite ellittiche e la prima legge di Kepler 22
2.4.2 Velocità orbitale e la seconda legge di Kepler 24
2.4.3 Periodi orbitali e la terza legge di Kepler 26
2.4.4 Il significato delle leggi di Kepler 27
2.5 Le scoperte di Galileo con il cannocchiale sostengono un modello eliocentrico 27
2.5.1 Le fasi di Venere 28
2.5.2 Le Lune di Giove 28
2.6 Le tre leggi di Isaac Newton 30
2.6.1 La prima legge di Newton 32
2.6.2 La seconda legge di Newton 33
2.6.3 Le leggi di Newton nella vita di tutti giorni 34
2.6.4 La seconda legge di Newton nel sistema solare 35
2.6.5 La terza legge di Newton 36
2.7 La gravità di Newton spiega le leggi di Kepler e il moto dei pianeti . . . 37

2.7.1 La legge di gravitazione universale 37
2.7.2 Forza gravitazionale e orbite 40
2.7.3 Gravitazione e le leggi di Kepler 42
2.7.4 Il trionfo della meccanica newtoniana 43
2.7.5 Domande di verifica 48
2.7.6 Esercizi 49

Capitolo 1

Introduzione

1.1 In chiave astronomica

L'idea di scrivere un corso di fisica per il secondo anno del liceo basato interamente su temi astronomici mi è venuta facendo due riflessioni. La prima: la maggior parte (se non la totalità) dei temi di fisica intesi per il secondo anno di liceo sono inclusi nello studio dell'astronomia. La seconda: l'astronomia è un ramo della fisica molto affascinante (vedi il prossimo paragrafo) che di solito richiama l'interesse della gente e degli studenti in particolare. Allora perché non sfruttare quest'interesse naturale per avvicinare gli studenti ai concetti (a volte difficili) della fisica?

1.2 Perché l'astronomia?

Questo paragrafo è tradotto dall'inglese. Il testo originale è stato scritto da Sandra Faber, professoressa di astronomia all'università di California, Santa Cruz e astronoma all'osservatorio Lick.

Cominciando a studiare l'astronomia, ci si potrebbe chiedere "Perché studiare questo tema? A cosa serve alla gente in generale e a me in particolare?" È vero che l'astronomia non offre gli stessi benefici pratici delle altre scienze, allora perché è importante per la mia vita?

Al livello più fondamentale, penso all'astronomia come alla scienza che fornisce il background ultimo della storia umana. La storia registrata risale a 3000 anni. Per la conoscenza di tempi anteriori, consultiamo archeologi e antropologi. Per l'inizio della storia umana, ci aiutano i paleontologi, i biologi e i geologi che si occupano dell'evoluzione della vita e del nostro pianeta. Complessivamente risaliamo così a circa 5 miliardi di anni. L'astronomia ci insegna dei tempi antecedenti, dei circa 10 miliardi di anni durante i quali il Sole, il sistema solare, la Via Lattea si sono formati. L'astronomia quindi fa parte della visione storica di una persona con una buona cultura.

L'astronomia mette alla prova le nostre credenze e ci costringe a mettere ordine nel nostro pensiero filosofico. Per esempio la Bibbia ci racconta che il mondo e tutto ciò che esso contiene è stato creato in sei giorni da Dio. Gli antichi egizi credevano che la Terra fosse sorta spontaneamente dalle acque infinite dell'universo eterno, chiamato Nun. Le leggende dell'Alaska tramandano che il mondo è stato creato dall'immaginazione cosciente di un dio chiamato Padre Raven.

L'astronomia moderna, appoggiata dalla fisica e dalle osservazioni ci offre una spiegazione diversa. Gli astronomi pensano che il Sole si sia formato circa 5 miliardi di anni fa con il collasso gravitazionale di una densa nube di gas interstellare e di polvere. Contemporaneamente e lungo un arco di tempo di parecchie centinaia di migliaia di anni, i pianeti si sono condensati all'interno della nebulosa solare in movimento circolare. Gli astronomi hanno veramente visto giovani stelle formarsi in questo modo.

La vera questione a questo punto è quella di porsi la domanda di come possiamo ricavare informazioni sulla natura del mondo fisico – se con la rivelazione e l'intuizione o con la logica e l'osservazione. Dove la scienza si ferma e la fede comincia è una domanda spinosa per chiunque, particolarmente per astronomi – e gli studenti di astronomia.

L'astronomia coltiva il nostro senso del tempo e dell'evoluzione cosmica. Data l'arco di tempo breve della vita umana, è molto facile dimenticarsi che l'universo è un luogo dinamico. Quest'idea implica fragilità – se qualcosa può cambiare, potrebbe anche scomparire del tutto un giorno. Infatti, in circa cinque miliardi di anni, il Sole si gonfierà e la sua luminosità aumenterà fino a 1000 volte il suo valore attuale, incenerendo la Terra nel processo. Questo evento è abbastanza lontano nel futuro per far si ché né tu né io dobbiamo sentire una qualsiasi responsabilità personale per prepararsi a questa sfida. Altre catastrofi cosmiche accadranno inevitabilmente prima di allora. La Terra sarà colpita da un pezzo piuttosto grande di detrito spaziale – i crateri mostrano che questo succede ogni milione di anni più o meno. Enormi eruzioni vulcaniche sono accadute nel passato ed accadranno certamente di nuovo. Un'altra Era Glaciale è praticamente sicuro che inizi entro i prossimi 20'000 anni, a meno che prima ci pensi l'uomo, riscaldando la Terra con la combustione di troppi carburanti fossili.

Nozioni comuni come l'ineluttabilità del progresso umano, il desiderio di crescita economica illimitata e la capacità della Terra a sostenere la sua popolazione umana sono tutti basati su un'esperienza limitata e non saranno probabilmente più valide sul lungo termine. Di conseguenza, dobbiamo ripensare a chi siamo come specie e a ciò che deve essere la nostra giusta attività sulla Terra. Questi problemi nel lungo termine coinvolgono l'intera razza umana e sono vitali alla nostra sopravvivenza e al nostro benessere. L'astronomia è essenziale nello sviluppare una prospettiva sull'esistenza umana e sulla sua relazione al cosmo.

Molti astronomi credono che il concetto ultimo di "casa" per la razza umana sia il nostro universo. Sembra sempre più probabile che molti altri universi esistano, con la stragrande maggioranza incapace di accogliere la vita intelligente come la conosciamo. Il parallelo con la Terra colpisce. Fra i pianeti del sistema solare, solo la Terra può sostenere la vita umana. Fra il gran numero di pianeti della nostra galassia, solo una piccola frazione potrebbe essere chiamata "casa". La frazione di universi ospitali è probabilmente ancora più piccola. Sembra dunque che il nostro universo sia l'ultimo "a casa", un santuario in un vasto mare di universi inospitali.

Ho iniziato questo saggio parlando della storia e ho finito con questioni che sconfinano con l'etico e il religioso. L'astronomia è così: una versione moderna della Genesi – e anche dell'Apocalisse. Spero che durante questo corso potrai prendere il tempo di contemplare le implicazioni più larghe di ciò che tu stai studiando. È una delle rare op-

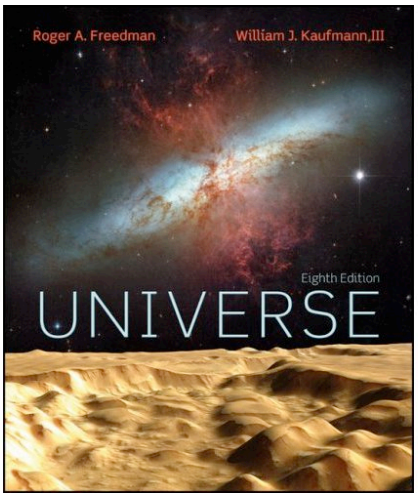
portunità nella vita per pensare a chi siamo e dove tu e la razza umana state andando. Non mancarla.

1.3 Come trarre il massimo vantaggio da questo corso

- **Leggere prima delle lezioni**. Trarrete maggior profitto da questo corso se leggerete ogni capitolo *prima* di ascoltare le lezioni sui soggetti trattati nel capitolo. In questo modo tanti concetti saranno chiari nella vostra mente e capirete le lezioni meglio. Potrete poi passare più tempo sulle idee più complesse presentate nel corso.
- **Fare gli esercizi**. Alla fine di ogni capitolo troverete una lista di esercizi, alcuni di questi non risolti in classe. Provando questi nuovi esercizi a casa, potrete testare la vostra comprensione della materia.
- **Lavorare a gruppi con i vostri compagni**. Tanti studenti trovano utile lavorare insieme ad altri compagni e formare gruppi di studio. Ma attenzione a non trascurare il lavoro individuale sugli esercizi. Il docente è a vostra disposizione per chiarire alcuni concetti durante la prossima lezione.
- **Internet**. Ci sono tanti programmi e risorse su internet per l'astronomia. Alla fine del corso troverete una lista di siti interessanti. Google Earth (opzione Sky), Starry Night Enthusiast, http://www.stellarium.org/
- **Biblioteca**. La nostra biblioteca include vari libri di astronomia e astrobiologia[1], lo studio delle origini della vita nell'universo.

1.4 Fonti

Il capitolo 2 è tratto da "Universe", Freedman & Kaufmann, eighth edition.



[1] http://www.nicolascretton.ch/Astrobiology/it_index_lectures_Astrobiology.html

Capitolo 2

La gravitazione e il valzer dei pianeti

Leggendo questo capitolo, imparerete

1. Come gli antichi astronomi tentarono di spiegare il moto dei pianeti.
2. Che cosa guidò Copernico verso un modello del moto dei pianeti centrato sul Sole.
3. Come le osservazioni a occhio nudo di Tycho Brahe rivoluzionarono le idee sui cieli.
4. Come Keplero dedusse la forma delle orbite planetarie.
5. Come le osservazioni del pioniere Galileo con il cannocchiale sostennero un modello centrato sul Sole.
6. Le idee dietro le leggi di Newton, che governano il moto di tutti gli oggetti fisici, incluso i pianeti.
7. Perché i pianeti rimangono sulle loro orbite e non cadono sul Sole.

Sessanta anni fa l'idea che un essere umano potesse orbitare attorno alla Terra o di mandare sonde spaziali verso altri mondi era considerata fantascienza. Oggi la fantascienza è diventata banale realtà. Ci sono veramente migliaia di satelliti artificiali che orbitano attorno al nostro pianeta per monitorare il tempo, trasmettere segnali per comunicazioni e divertimento e raccogliere dati scientifici sulla Terra e sull'universo. Gli umani vivono e lavorano nell'orbita terrestre (figura 2.1), sono andati fino alla Luna e hanno mandato dozzine di sonde spaziali robotizzate per esplorare tutti i pianeti del sistema solare.

Anche se pensiamo al volo spaziale come a un'innovazione del ventesimo secolo, possiamo rintracciare le sue origini in una serie di rivoluzioni scientifiche cominciate nel 1500. La prima di queste rivoluzioni rovesciò l'antica idea che la Terra fosse un oggetto immobile al centro dell'universo, attorno al quale si muovono il Sole, la Luna e i pianeti. In questo capitolo impareremo come Nicolaus Copernicus, Tycho Brahe, Johannes Kepler e Galileo Galilei ci hanno aiutato a capire che la Terra stessa è uno dei pianeti che orbita attorno al Sole.

FIGURA 2.1— Un astronauta orbita attorno alla Terra attaccato al braccio manipolatore della Stazione Spaziale Internazionale.

Impareremo anche le scoperte rivoluzionarie di Isaac Newton sul perché i pianeti si muovono in un certo modo. Questo è solo uno degli aspetti dell'immenso lavoro di Newton, che include la formulazione delle leggi fondamentali della fisica e lo sviluppo di una precisa descrizione matematica della forza di gravitazione – la forza che mantiene i pianeti sulla loro orbita.

La gravitazione è una forza veramente universale: essa guida la sonda spaziale nel suo viaggio nel sistema solare e mantiene satelliti e astronauti nelle loro orbite. In questo capitolo, imparerete di più su quest'importante forza della natura, che gioca un ruolo centrale in ogni parte dell'astronomia.

2.1 Modelli geocentrici antichi per spiegare il moto dei pianeti

Dall'alba delle civilizzazioni gli studiosi hanno tentato di spiegare la natura dell'universo. Gli antichi greci sono stati i primi ad usare un principio che guida ancora gli scienziati oggi: *L'universo può essere descritto e capito logicamente*. Per esempio, più di 2500 anni fa Pythagoras e i suoi seguaci avanzarono l'idea che la natura potesse essere descritta con la matematica. Circa 200 anni dopo, Aristote asserì che l'universo fosse governato dalle leggi della fisica. Uno dei più importanti compiti degli studiosi dell'antica Grecia fu di creare un modello per spiegare il moto degli oggetti del cielo.

2.1.1 Il modello geocentrico dei greci

La maggior parte degli studiosi greci partirono dal presupposto che il Sole, la Luna, le stelle e i pianeti ruotassero attorno ad una Terra stazionaria. Un modello del genere, nel

quale la Terra si trova al centro dell'universo si chiama un **modello geocentrico**. Idee simili erano sostenute dagli studiosi in Cina.

FIGURA 2.2— Questa foto mostra le tracce lasciate dalle stelle durante una notte completa di osservazione a Paranal, inclusi il tramonto e l'alba (11 ore di esposizione fotografica). Dovrebbe essere letta in questo modo: l'esposizione che comincia al tramonto visibile a destra (ovest) viene seguita dall'apparente rotazione in senso orario delle stelle attorno al polo sud e si conclude con la luce dell'alba a sinistra (est) dell'immagine. Durante l'esposizione, i telescopi del VLT osservano il cielo notturno mentre il Sole continua il suo viaggio sotto l'orizzonte. L'immagine è stata presa dalla cima del palo meteo a Paranal, Cile. Credito: Stéphane Guisard.

L'idea del modello geocentrico nasce naturalmente dall'osservazione del moto apparente del Sole durante il giorno e del moto delle stelle, della Luna e dei pianeti durante la notte (figura 2.2): sembra che tutta la sfera celeste ruoti in perfetta rotazione circolare attorno alla Terra, con un solo punto fisso, il polo nord o sud, a secondo dell'emisfero in cui vi trovate. Per l'emisfero nord, la sfera celeste sembra ruotare attorno alla Stella Polare.

Per spiegare il moto delle stelle, i greci supponevano che la sfera celeste ruotasse una volta al giorno attorno a una Terra fissa. Il Sole e la Luna partecipano a questa rotazione giornaliera del cielo, cosa che spiega il loro sorgere e il loro tramontare. Per spiegare perché il Sole e la Luna si muovono entrambi più lentamente rispetto alle stelle, gli antichi greci immaginarono che entrambi questi oggetti orbitassero attorno alla Terra.

ANALOGIA Si può usare un analogia con una giostra per visualizzare meglio questo modello. Immaginate una giostra vista dall'alto come nella figura 2.3 che gira in senso orario. Quando essa ruota, due bambini camminano lentamente in senso antiorario a diverse velocità sulla piattaforma della giostra. In questo modo i bambini ruotano insieme alla giostra e cambiano anche la loro posizione rispetto ai cavalli di legno della giostra. Questa scena è analoga al modo che avevano gli antichi greci di immaginare il moto delle stelle, del Sole e della Luna. Nel loro modello, la sfera celesta ruota verso ovest attorno alla Terra stazionaria (figura 2.3b). Le stelle ruotano insieme alla sfera celeste come i cavalli di legno ruotano insieme alla giostra (figura 2.3a). Il Sole e la Luna sono gli analoghi dei bambini; entrambi girano verso ovest insieme alla sfera celeste, facendo un giro completo ogni giorno, e si muovono anche lentamente verso est con diverse velocità rispetto alle stelle.

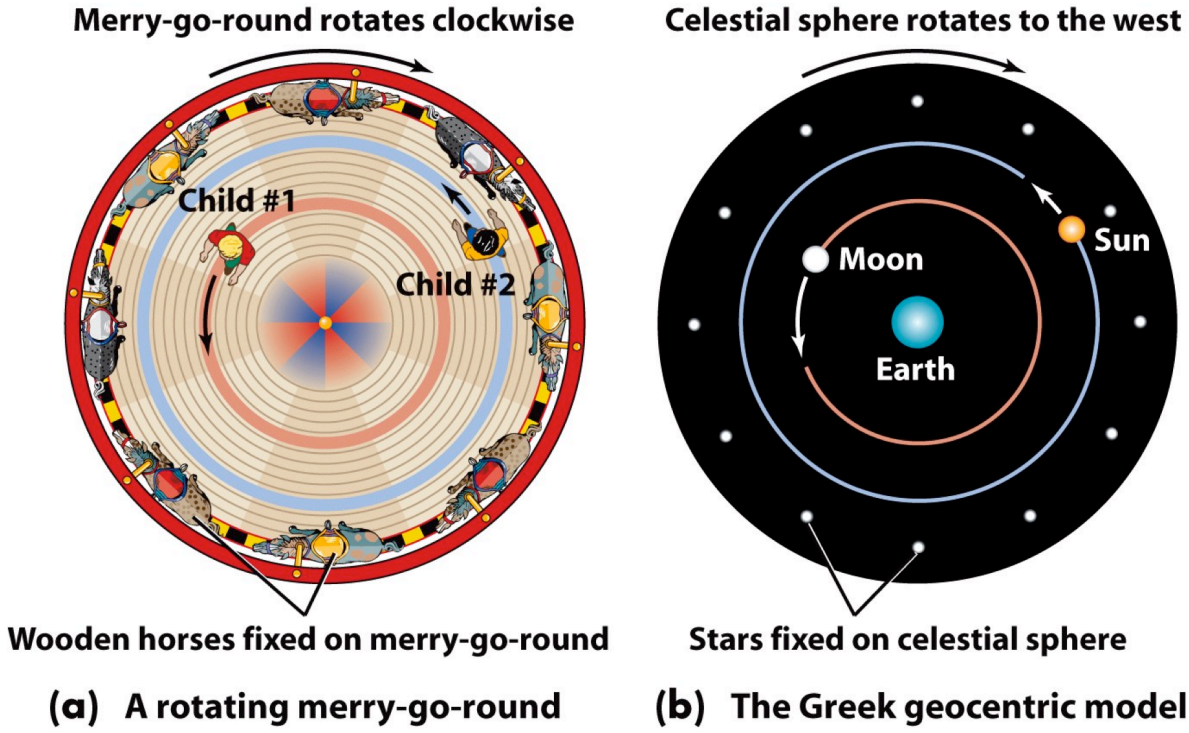


FIGURA 2.3— L'analogia con una giostra. (a) Due bambini camminano a diverse velocità attorno a una giostra che gira con i suoi cavalli di legno. (b) In un modo analogo, gli antichi greci immaginarono che il Sole e la Luna si muovono sulla sfera celesta in rotazione con le sue stelle fisse. Di conseguenza Il Sole e la Luna si muovono da est verso ovest attraverso il cielo ogni giorno e si muovono anche più lentamente verso est tra una notte e la successiva rispetto alle stelle del sottofondo.

Il modello geocentrico dei greci doveva anche spiegare il moto dei pianeti. Gli antichi greci e le altre culture di quest'epoca conoscevano cinque pianeti: Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno, ognuno di essi è un oggetto brillante nel cielo notturno. Per esempio, quando Venere è al suo massimo, è 16 volte più brillante della stella più brillante. Al contrario Uranio e Nettuno sono deboli e sono stati scoperti solo dopo l'invenzione del telescopio.

Come il Sole e la Luna, tutti pianeti sorgono a est e tramontano a ovest una volta al giorno. E come il Sole e la Luna, notte dopo notte, i pianeti si muovono lentamente sulla sfera celeste, cioè rispetto alle costellazioni di stelle nel sottofondo. Tuttavia il tipo di movimento sulla sfera celeste è molto diverso per i pianeti. Sia il Sole che la Luna si muovono sempre da ovest verso est sulla sfera celeste, cioè nella direzione opposta in cui sembra ruotare la sfera celeste. Il Sole segue un cammino chiamato l'eclittica, mentre la Luna segue una strada leggermente inclinata rispetto all'eclittica. In più il Sole e la Luna si muovono a velocità costante sulla sfera celeste. La velocità della Luna è maggiore di quella del Sole: la Luna fa il giro della sfera celeste in circa un mese mentre il Sole impiega un anno intero. Anche i pianeti si muovono su traiettorie vicine all'eclittica. La differenza è che ogni pianeta sembra viaggiare sulla sfera celeste con una velocità variabile. Per esempio la figura 2.4 mostra il tragitto di Marte rispetto alle costellazioni di stelle durante il 2011 e 2012. Questa figura mostra anche che il nome pianeta è appropriato: in greco significa "errante".

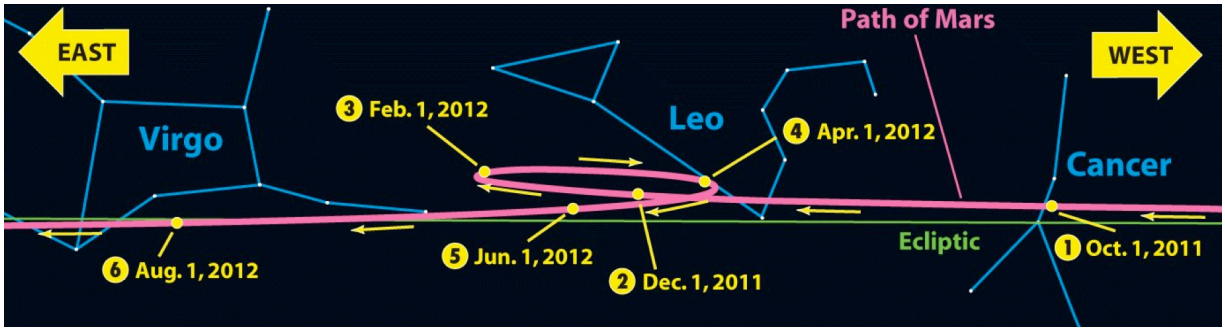


FIGURA 2.4— La traiettoria di Marte nel 2011–2012. Da ottobre 2011 fino ad agosto 2012, Marte si sposterà attraverso la costellazione zodiacale del Cancro, del Leone e della Vergine. Il moto di Marte sarà diretto (da ovest verso est, o da destra verso sinistra in questa figura) la maggior parte del tempo ma sarà retrogrado (da est verso ovest, o da sinistra verso destra in questa figura) durante i mesi di febbraio e marzo 2011. Notate che la velocità di Marte rispetto alle stelle non è costante: Il pianeta attraversa una più grande parte del cielo dal primo di ottobre al primo di dicembre piuttosto che dal primo di dicembre al primo di febbraio.

ATTENZIONE Sulla cartina della Terra con il nord in cima ovest è verso sinistra e est verso destra. Allora, perché *est* è a sinistra e *ovest* a destra sulla figura 2.4? La risposta è che una cartina della Terra è una vista dall'alto, si guarda il suolo verso il basso, mentre una cartina delle stelle come la figura 2.4 è una vista del cielo verso l'alto. Se la costellazione del Leone della figura 2.4 fosse direttamente sopra di noi, la Vergine sarebbe verso l'orizzonte a est e il Cancro sarebbe verso l'orizzonte a ovest.

La maggior parte del tempo i pianeti si muovono lentamente verso est rispetto alle stelle, come fanno il Sole e la Luna. Quest'andamento verso est si chiama **moto diretto**. Per esempio la figura 2.4 mostra che Marte sarà in moto diretto da ottobre 2011 fino a gennaio 2012 e da aprile fino ad agosto 2012. Occasionalmente però il pianeta sembra fermarsi e tornare indietro per qualche settimana o mese. Questo moto occasionale verso ovest si chiama **moto retrogrado**. Marte sarà in moto retrogrado durante febbraio

e marzo 2012 e lo farà di nuovo ogni 22.5 mesi circa. Tutti gli altri pianeti sono in moto retrogrado, ma ad intervalli diversi. Nell'analogia della giostra della figura 2.3, i greci immaginarono i pianeti come bambini che girano sulla giostra ruotante ma che cambiano idea continuamente sulla direzione del moto, qualche volta con la giostra, qualche volta in senso opposto.

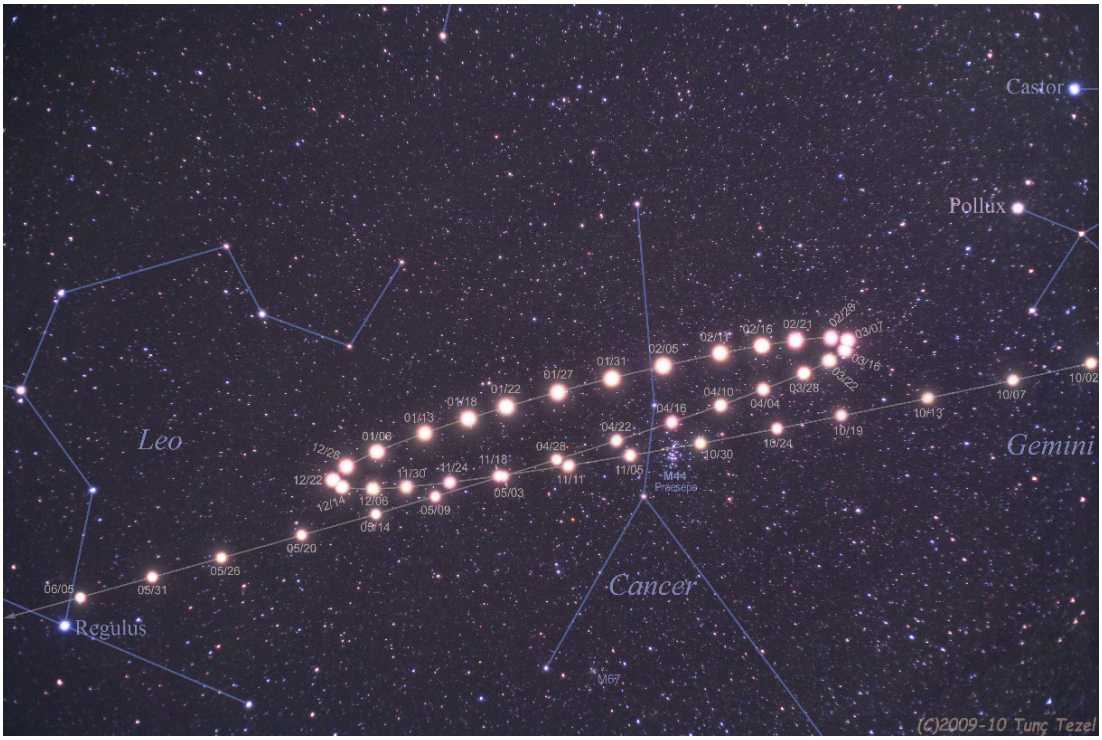


FIGURA 2.5— Marte in moto retrogrado durante il 2010. Questa foto è composta di una serie di immagini sovrapposte in modo che la posizione delle stelle coincidano. Credito: Tunç Tezel, The World at Night (http://www.twanight.org/).

ATTENZIONE Sia che un pianeta segua un moto diretto, sia che segua un moto retrogrado, durante una sola notte lo vedrete sempre sorgere a est e tramontare a ovest. Questo perché entrambi moti, diretti o retrogradi, sono molto più lenti della rotazione apparente quotidiana del cielo. Pertanto si rivelano meglio guardando la posizione del pianeta rispetto alle costellazioni notte dopo notte e su un lungo periodo di tempo, come nella figura 2.4 e 2.5.

2.1.2 Il modello tolemaico

Spiegare il moto non uniforme dei cinque pianeti era una delle sfide principali per gli astronomi dell'antichità. I greci hanno sviluppato tante teorie per spiegare il moto retrogrado dei pianeti. Una delle più riuscite è stata concepita da Appolonius di Perga e da Hipparcus nel II secolo A.C. e completata da Tolomeo, l'ultimo dei grandi astronomi greci, durante il II secolo D.C. La figura 2.6a spiega il concetto di base, di solito chiamato **sistema tolemaico**. Ogni pianeta è supposto muoversi su un piccolo cerchio,

chiamato **epiciclo**, il cui centro a sua volta si muove su un cerchio più grande, chiamato **deferente**, approssimativamente centrato sulla Terra. Entrambi epiciclo e deferente ruotano nella stessa direzione, mostrata come antioraria nella figura 2.6a.

Dalla visuale terrestre, l'epiciclo si muove verso est lungo il deferente. La maggior parte del tempo il moto verso est del pianeta sull'epiciclo si aggiunge al moto verso est dell'epiciclo sul deferente (figura 2.6b). Allora dalla Terre si vede il pianeta in moto diretto (verso est) rispetto alle stelle del sottofondo. Tuttavia quando il pianeta si trova nella parte del suo epiciclo più vicina alla Terra, il moto del pianeta lungo l'epiciclo è nel senso opposto al moto dell'epiciclo lungo il deferente. Il pianeta sembra pertanto rallentare e fermarsi nella sua corsa verso est attraverso le costellazioni, e in effetti si muove indietro in moto retrogrado (verso ovest) per alcune settimane o mesi (figura 2.6c). Così il concetto di epicicli e deferenti permetteva agli astronomi greci di spiegare gli anelli retrogradi dei pianeti.

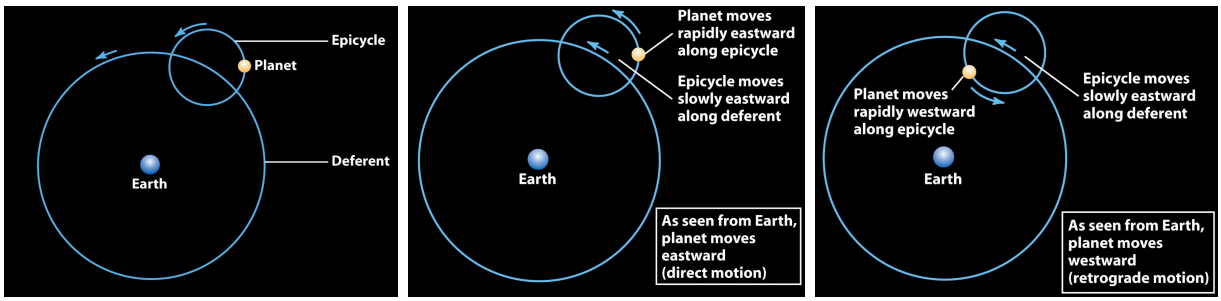


FIGURA 2.6— Una spiegazione geocentrica del moto retrogrado. (sinistra) Gli antichi greci immaginarono che ogni pianeta si muovesse lungo un epiciclo, che a sua volta si muove lungo un deferente centrato approssimativamente sulla Terra. Il pianeta si muove più rapidamente sull'epiciclo che l'epiciclo sul deferente. (centro) La maggior parte del tempo il moto verso est del pianeta sull'epiciclo si aggiunge al moto verso est dell'epiciclo sul deferente. Allora il pianeta si muove verso est in moto diretto, come visto dalla Terra. (destra) Quando il pianeta si trova all'interno del deferente, il suo moto lungo l'epiciclo è verso ovest. Poiché questo moto è più veloce del moto dell'epiciclo lungo il deferente verso est, dalla Terra il pianeta appare muoversi verso ovest in moto retrogrado.

Usando la gran quantità di dati astronomici della biblioteca di Alessandria, che includeva registri delle posizioni planetarie per centinaia di anni, Tolomeo calcolò la dimensione e la velocità di rotazione degli epicicli e dei deferenti necessari per riprodurre le traiettorie registrate dei pianeti. Dopo anni di lavoro tedioso, Tolomeo assemblò i suoi calcoli in 13 volumi, chiamati l'*Almagest*. Il suo lavoro monumentale è stato usato per predire la posizione e la traiettoria del Sole, della Luna e dei pianeti con una precisione senza precedenti. Infatti l'*Almagest* era così benfatto che diventò la Bibbia degli astronomi, e per più di 1000 anni, il sistema tolemaico perdurò come una descrizione utile del funzionamento dei cieli.

Un problema considerevole del sistema tolemaico era di ordine filosofico: trattava ogni pianeta indipendentemente dagli altri. Non c'era nessuna regola nell'*Alamgest* che mettesse in relazione la dimensione e la velocità di rotazione dell'epiciclo e del deferente di un pianeta alle dimensioni e velocità corrispondenti degli altri pianeti. Quest'aspetto rendeva il sistema tolemaico molto poco soddisfacente per tanti astronomi europei e islamici del medioevo. Essi sentivano che un modello corretto dell'universo

dovesse basarsi su una semplice serie di principi fondamentali che si applichino a tutti i pianeti.

2.2 Nicolaus Copernicus escogitò il primo comprensivo modello eliocentrico

Durante la seconda meta del XVI secolo, un avvocato, medico, canonico[1] della chiesa, e dotato matematico polacco chiamato Nicolaus Copernicus (figura 2.7) cominciò a costruire un nuovo modello dell'universo. Il suo modello, che piazzava il Sole al centro, spiegava il moto dei pianeti in un modo più naturale che il sistema tolemaico. Come vedremo, esso ha anche aiutato a gettare le basi della scienza fisica moderna. Copernicus però non è stato il primo a immaginare un modello dei moti planetari con il Sole al centro: Nel terzo secolo A.C. l'astronomo greco Aristarchus suggerì un tale modello per spiegare il moto retrogrado dei pianeti.

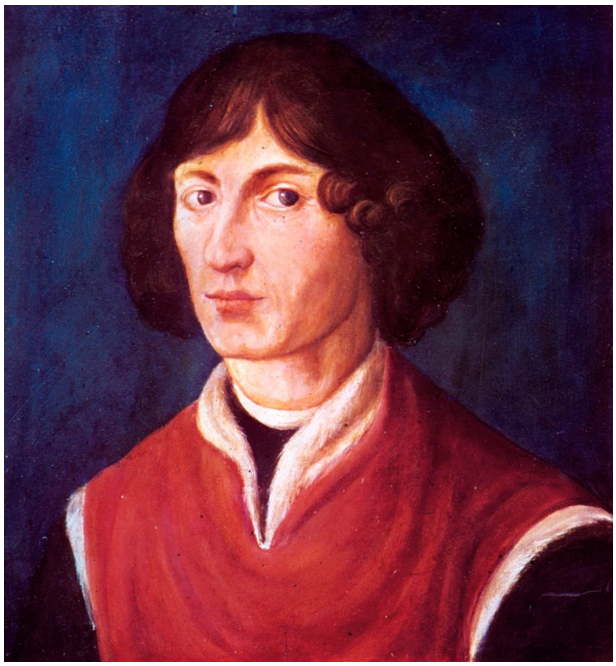


FIGURA 2.7— Nicolaus Copernicus (1473–1543). Copernicus è stato il primo a sviluppare nel dettaglio un modello di un sistema eliocentrico nel quale i pianeti, incluso la Terra, orbitano attorno al Sole. (E. Lessing/Magnum)

2.2.1 Un modello eliocentrico spiega il moto retrogrado

Immaginate di cavalcare un cavallo da corsa veloce. Quando superate un pedone lento che cammina, egli sembra andare indietro, anche se viaggia nella vostra stessa direzione. Questo genere di semplice osservazione ispirò Aristarchus nella formulazione di un **modello eliocentrico**, cioè centrato sul Sole, nel quale tutti pianeti, incluso la Terra,

[1] Un canonico è un sacerdote, membro di un capitolo, di una chiesa cattedrale o di una collegiata. La parola viene del greco kanonikós, da kanón, "regola".

ruotano attorno al Sole. Pianeti diversi impiegano tempi diversi per completare un'orbita, quindi a volte un pianeta supera un'altro, come un cavallo veloce sorpassa una persona a piedi. Quando la Terra supera Marte, per esempio, Marte sembra muoversi indietro in moto retrogrado, come mostra la figura 2.8. Di conseguenza, nella teoria eliocentrica, il moto retrogrado occasionale di un pianeta è solo il risultato del moto della Terra.

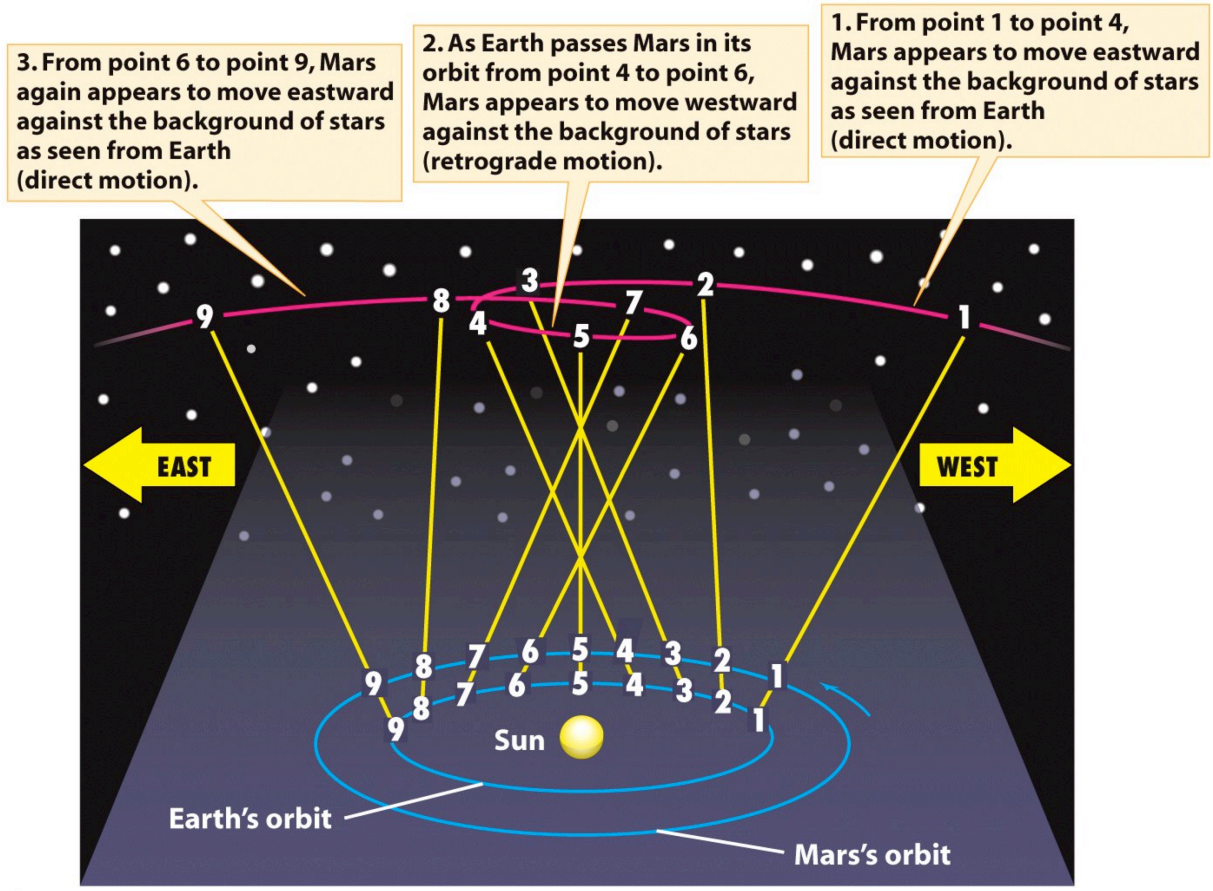


FIGURA 2.8— Una spiegazione eliocentrica del moto retrogrado. Nel modello eliocentrico di Aristarchus, la Terra e i altri pianeti orbitano il Sole. La Terra viaggia attorno al Sole più veloce di Marte. Di conseguenza quando la Terra sorpassa questo pianeta più lento, Marte appare per qualche mesi (dal punto 4 al punto 6) tornare indietro rispetto alle stelle del sottofondo.

Aristarchus aveva dimostrato che il Sole è più grande della Terra. Era quindi plausibile che la Terra orbitasse attorno al grande Sole. Aveva anche immaginato che la Terra ruotasse sul suo asse una volta al giorno, il che spiega il sorgere e il tramontare quotidiano del Sole, della Luna e dei pianeti e il moto apparente delle stelle attorno alla Terra. Per spiegare perché il moto apparente dei pianeti non li porta mai molto lontano dell'eclittica, Aristarchus propose che le orbite della Terra e di tutti gli altri pianeti dovessero essere quasi nello stesso piano. Ricordatevi che l'eclittica è la proiezione sulla sfera celesta del piano dell'orbita della Terra.

Questo modello eliocentrico era concettualmente molto più semplice di un modello centrato sulla Terra come quello di Tolomeo, con tutti i suoi "cerchi su cerchi". All'epoca di Aristarchus però, l'idea di una Terra che orbitasse attorno al Sole e che girasse su se stessa non era concepibile, data la sua apparente immobilità e quiete. Quasi 2000 anni sarebbero dovuti passare prima che un modello eliocentrico trovasse una larga accettazione.

2.2.2 Copernicus e la collocazione dei pianeti

Durante il XVI secolo, Copernicus si rese conto che un modello eliocentrico aveva diversi altri vantaggi oltre quello di fornire una spiegazione naturale al moto retrogrado. Nel sistema tolemaico la collocazione dei pianeti – cioè quali siano vicini alla Terra, quali siano lontani – era data per lo più dalla supposizione. Usando un modello eliocentrico invece, Copernicus ha potuto determinare la collocazione dei pianeti senza ambiguità.

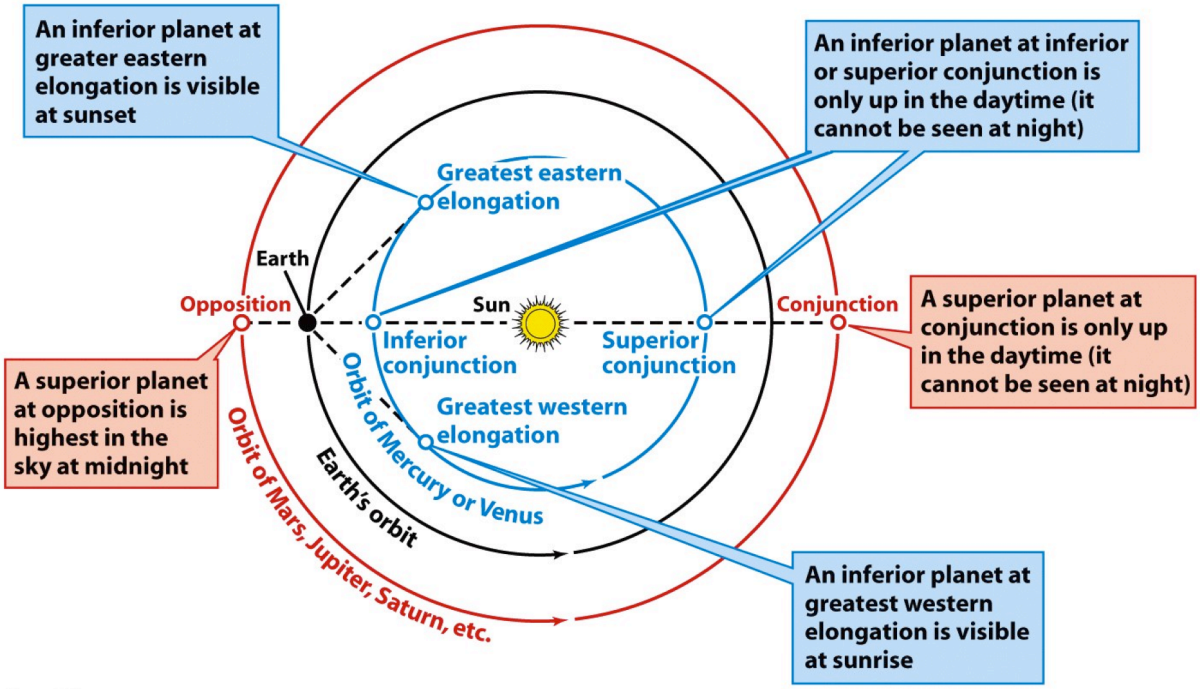


FIGURA 2.9— Orbite planetarie e collocazioni. Quando e dove nel cielo si possa vedere un pianeta dalla Terra, dipende dalla dimensione della sua orbita e della sua posizione sulla sua orbita. Pianeti inferiori hanno orbite minori di quella terrestre, mentre pianeti superiori hanno orbite maggiori di quella terrestre. Notate che in questa figura, state guardando verso il basso da un punto situato molto sopra l'emisfero nord della Terra. La rotazione terrestre è in senso antiorario in questa figura.

Copernicus si accorse che poiché Mercurio e Venere sono sempre osservati abbastanza vicini al Sole nel cielo, le loro orbite devono essere più piccole dell'orbita terrestre. Pianeti con tali orbite si chiamano **pianeti inferiori** (figura 2.9). Gli altri pianeti visibili – Marte, Giove e Saturno – sono a volte visti sul lato della sfera celeste opposta al Sole, così questi pianeti appaiono molto in alto sopra l'orizzonte a mezzanotte (quando il Sole è lontano sotto l'orizzonte). Quando accade questo, la Terra deve trovarsi tra il Sole

e questi pianeti. Copernicus concluse pertanto che le orbite di Marte, Giove e Saturno devono essere più grandi dell'orbita della Terra. Perciò questi pianeti si chiamano **pianeti superiori**.

Il modello eliocentrico spiega anche perché i pianeti appaiano in diverse parti del cielo in diverse epoche. Entrambi i pianeti inferiori (Mercurio e Venere) seguono cicli: Sono visibili a ovest dopo il tramonto per qualche settimana o mese, dopo di che per qualche settimana o mese, sono visibili a est prima dell'alba, poi di nuovo a ovest dopo il tramonto.

La figura 2.9 mostra il motivo di questo ciclo. Quando Mercurio o Venere sono visibili dopo il tramonto, sono vicino al punto di **massima elongazione orientale**[2]. L'angolo tra il Sole e il pianeta, visto dalla Terra, si chiama l'elongazione del pianeta. La posizione del pianeta nel cielo è la più lontana possibile a est del Sole, quindi appare sopra l'orizzonte a ovest dopo il tramonto e viene spesso chiamato la "stella della sera". Al punto di **massima elongazione occidentale**[3], Mercurio o Venere si trovano il più lontano possibile a ovest del Sole. Pertanto sorgono prima del Sole, abbellendo il cielo prima dell'alba come la "stella del mattino" a est. Quando Mercurio o Venere si trovano nella **congiunzione inferiore**, si trovano tra noi e il Sole e si muovono dal cielo della sera verso il cielo del mattino. Nella **congiunzione superiore**, quando i pianeti si trovano sul lato opposto al Sole, tornano verso il cielo della sera.

Un pianeta superiore come Marte, la cui orbita è maggiore di quela terrestre, si vede meglio nel cielo notturno quando si trova in **opposizione**. In questo punto il pianeta si trova in una parte di cielo opposta al Sole e raggiunge l'altezza massima nel cielo a mezzanotte. È anche il momento in cui il pianeta ci appare più brillante, perché è più vicino a noi. Quando un pianeta superiore come Marte si trova dietro il Sole in **congiunzione**, è sopra l'orizzonte di giorno e quindi non è posizionato bene per la visione notturna.

2.2.3 Periodi planetari e dimensioni delle orbite

Il sistema tolemaico non possiede una semplice regola che colleghi il moto di un pianeta ad un altro. Copernicus mostrò invece che *ci sono* tali regole in un modello eliocentrico. In particolare egli trovò una corrispondenza tra il tempo che impiega un pianeta per completare un'orbita – il suo **periodo** – e la dimensione dell'orbita.

Determinare il periodo di un pianeta richiede attenzione, perché anche la Terra, da cui dobbiamo fare le osservazioni, si muove. Rendendosi conto di questo, Copernicus è stato attento a distinguere tra i due diversi periodi di ogni pianeta. Il **periodo sinodico** è il tempo che trascorre tra due identiche configurazioni successive osservabili dalla Terra – per esempio da un opposizione all'altra, o da una congiunzione all'altra. Il **periodo siderale** è il vero periodo orbitale del pianeta, il tempo che impiega il pianeta per compiere un orbita piena attorno al Sole.

Il periodo sinodico può essere conosciuto con l'osservazione del cielo, ma il periodo siderale deve essere calcolato. Copernicus trovò un modo per fare questo calcolo (vedi sotto). La figura 2.10 mostra i risultati per tutti pianeti.

[2] dell'est
[3] dell'ovest

Planet	Synodic period	Sidereal period
Mercury	116 days	88 days
Venus	584 days	225 days
Earth	—	1.0 year
Mars	780 days	1.9 years
Jupiter	399 days	11.9 years
Saturn	378 days	29.5 years
Uranus	370 days	84.1 years
Neptune	368 days	164.9 years

FIGURA 2.10— Periodi sinodici e siderali dei pianeti

Possiamo ricavare una formula matematica che collega il periodo siderale di un pianeta (il tempo richiesto per completare un'orbita) al suo periodo sinodico (il tempo tra due identiche configurazioni successive). Per cominciare, consideriamo un pianeta inferiore (Mercurio o Venere) in orbita attorno al Sole come nella figura 2.11.

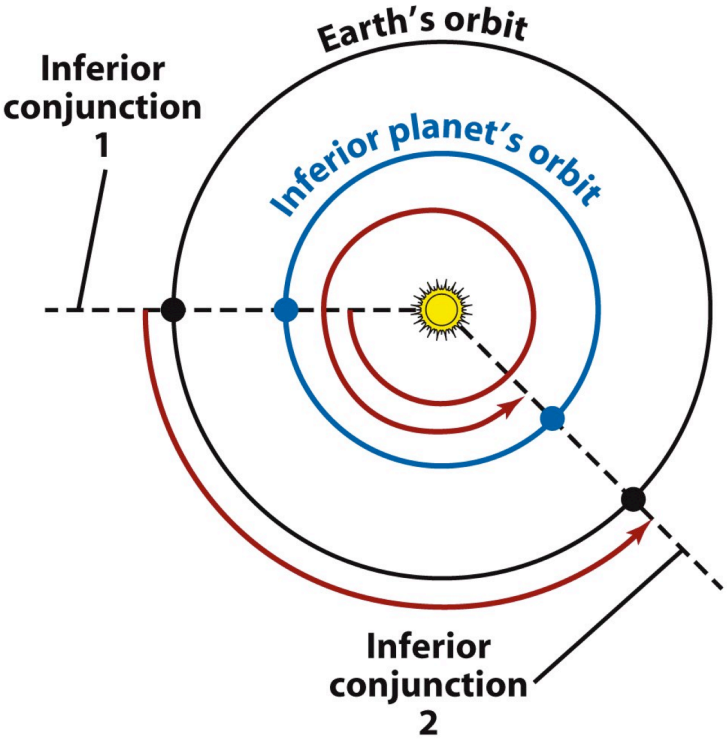


FIGURA 2.11— Come collegare periodi sinodici e siderali.

Sia P il periodo siderale del pianeta, S il periodo sinodico del pianeta e E il periodo siderale della Terra (anche chiamato anno siderale), che Copernicus sapeva essere di

quasi $365\frac{1}{4}$ giorni.

La velocità angolare con la quale la Terra si muove sulla sua orbita è data dal numero di gradi lungo l'orbita divisi per il tempo necessario a completare l'orbita, ossia $360°/E$ (uguale a un po' meno di $1°$ al giorno). In modo simile la velocità angolare del pianeta inferiore è $360°/P$.

Durante un intervallo di tempo la distanza angolare percorsa dalla Terra sulla sua orbita è uguale alla sua velocità angolare $360°/E$ moltiplicata per la durata dell'intervallo di tempo. Pertanto, durante il periodo sinodico S di un pianeta inferiore, la Terra percorre una distanza angolare di $(360°/E)S$ sulla sua orbita. Nello stesso tempo, il pianeta inferiore copre una distanza angolare di $(360°/P)S$. Notate tuttavia che il pianeta inferiore ha acquisito un giro completo rispetto alla Terra e così ha coperto $360°$ in più della Terra (vedi figura 2.11). Perciò $(360°/P)S = (360°/E)S + 360°$. Dividendo ogni termine di quest'equazione per $360°$ otteniamo

Per un pianeta inferiore:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E} + \frac{1}{S}$$

$P =$ periodo siderale di un pianeta inferiore
$E =$ periodo siderale della Terra = 1 anno
$S =$ periodo sinodico di un pianeta inferiore

Un ragionamento simile per un pianeta superiore (per esempio, Marte, Giove o Saturno) permette di concludere

Per un pianeta superiore:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E} - \frac{1}{S}$$

Usando queste formule possiamo calcolare il periodo siderale di un pianeta P a partire dal suo periodo sinodico S. Spesso gli astronomi esprimono P, E e S in anni, dove "anni" significa "anni terrestri di 365.26 giorni".

Per trovare una relazione tra il periodo siderale di un pianeta e la dimensione della sua orbita, Copernicus doveva ancora determinare le distanze relative dei pianeti dal Sole. Egli escogitò un semplice metodo geometrico usando la trigonometria. Le sue risposte risultano notevolmente vicine ai valori moderni, come mostrato nella figura 2.12. Queste distanze sono date in termini di "Unità Astronomiche", la distanza media tra la Terra e il Sole. Copernicus non conosceva il valore preciso di questa distanza, quindi poteva solo determinare le dimensioni *relative* delle orbite planetarie. Un metodo usato dagli astronomi moderni per stabilire l'unità astronomica è di misurare la distanza Terra–Venere molto precisamente utilizzando un radar. Allo stesso tempo misurano l'angolo nel cielo tra Venere e il Sole e calcolano poi la distanza Terra – Sole usando la trigonometria. In questo modo l'unità astronomica trovata è $1.496 \cdot 10^8$ km (circa 150

Planet	Copernican value (AU*)	Modern value (AU)
Mercury	0.38	0.39
Venus	0.72	0.72
Earth	1.00	1.00
Mars	1.52	1.52
Jupiter	5.22	5.20
Saturn	9.07	9.55
Uranus	—	19.19
Neptune	—	30.07

FIGURA 2.12— Distanze medie dei pianeti dal Sole. *1 AU = 1 unità astronomica = distanza media tra la Terra e il Sole.

milioni di km). Una volta noto questo valore, si può calcolare la distanza media tra il Sole e tutti i pianeti usando la figura 2.12.

Paragonando le figure 2.10 e 2.12 potete rendervi conto delle relazioni unificatrici tra le orbite planetarie nel modello copernicano: più lontano si trova un pianeta dal Sole, più tempo impiega per viaggiare sulla sua orbita (cioè maggiore è il suo periodo siderale), per *due* motivi. (1) più grande è l'orbita, maggiore sarà il tragitto che un pianeta deve compiere per completare la sua orbita; (2) più grande è l'orbita, minore sarà la velocità. Per esempio, Mercurio con la sua piccola orbita, si muove ad una velocità di 47.9 km/s, mentre Saturno viaggia sulla sua grande orbita ad una velocità media di 9.64 km/s (figura 2.13).

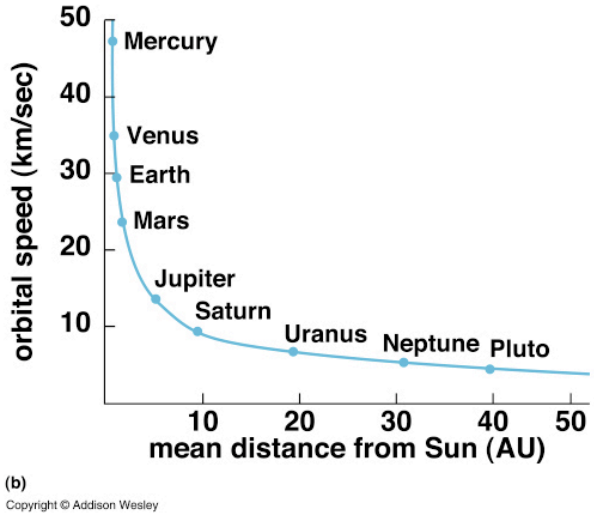


FIGURA 2.13— Velocità orbitali (in km/s) in funzione della distanza dal Sole (in UA) per i pianeti del sistema solare. La teoria della gravitazione di Newton permette di spiegare la forma esatta di questa curva.

Il precedente modello tolemaico non offre tali semplici relazioni fra il moto dei diversi pianeti.

2.2.4 La forma delle orbite nel modello copernicano

All'inizio, Copernicus supponeva che la Terra viaggiasse attorno al Sole su un orbita circolare. Egli scoprì che orbite perfettamente circolari non potevano descrivere accuratamente la traiettoria degli altri pianeti, quindi dovette aggiungere un epiciclo ad ogni pianeta. Ciò **non** serviva a spiegare il moto retrogrado, che in fatti Copernicus spiegava grazie alle differenze di velocità orbitali tra i diversi pianeti, come mostrato nella figura 2.8. Piuttosto i piccoli epicicli aiutavano Copernicus a spiegare le piccole variazioni di velocità di ogni pianeta sulla sua orbita.

Anche se aderiva ancora all'antica nozione che le orbite dovessero essere composte di cerchi, Copernicus ha dimostrato che un modello eliocentrico poteva spiegare il moto dei pianeti. Ha reso conto delle sue idee e dei suoi calcoli in un libro chiamato *De revolutionibus orbium coelestium* (Sulla rivoluzione delle sfere celesti) e pubblicato nel 1543, l'anno della sua morte.

Per diversi decenni dopo Copernicus, la maggior parte degli astronomi non hanno visto motivi per abbandonare il vecchio modello geocentrico di Tolomeo. Le predizioni del modello copernicano sulla posizione apparente dei pianeti sono, mediamente, né migliori, né peggiori di quelli del modello tolemaico. Nessuno dei due modelli era veramente più semplice dell'altro, perché entrambi usavano una combinazione di cerchi per spiegare il moto di ogni pianeta.

Prove più concrete erano necessarie per convincere gli studiosi ad abbandonare la vecchia idea confortevole di una Terra stazionaria al centro dell'universo. La storia di come queste prove si siano accumulate, comincia 30 anni dopo la morte di Copernicus quando un giovane astronomo danese meditò sulla natura di una nuova stella apparsa nei cieli.

2.3 Le osservazioni astronomiche di Tycho Brahe smentiscono antiche idee

L'11 novembre 1572, una nuova stella brillante apparve improvvisamente nella costellazione di Cassiopea. All'inizio essa apparve addirittura più brillante di Venere, ma poi cominciò a affievolirsi. Dopo 18 mesi scomparve dalla vista. Gli astronomi moderni hanno riconosciuto in quest'evento l'esplosione di una supernova, la morte violenta di una stella massiccia.

Tuttavia nel sedicesimo secolo la vasta maggioranza degli studiosi condivideva gli antichi insegnamenti di Aristote e Platone, che sostenevano che i cieli fossero permanenti e immutabili. Di conseguenza la "nuova stella" del 1572 non poteva affatto essere veramente una stella, perché i cieli non cambiano mai; doveva essere piuttosto una sorte di oggetto brillante molto vicino alla Terra, forse non molto più distante delle nuvole.

L'astronomo danese Tycho Brahe (1546 – 1601) si rese conto che delle semplici osservazioni potevano svelare la distanza della nuova stella. È un esperienza comune che se

camminate da un posto verso un altro, oggetti vicini sembrano spostarsi rispetto allo sfondo di oggetti più distanti. Questo fenomeno, dove la posizione apparente di un oggetto cambia secondo il movimento dell'osservatore, si chiama **parallasse**. Se la nuova stella fosse stata vicina, allora la sua posizione avrebbe dovuto spostarsi rispetto allo sfondo stellare durante la notte per il cambiamento del punto di vista causato dalla rotazione della Terra. La figura 2.14 mostra questo spostamento. (In verità Tycho credeva che i cieli ruotassero attorno alla Terra, come nel modello tolemaico, ma il risultato è lo stesso.)

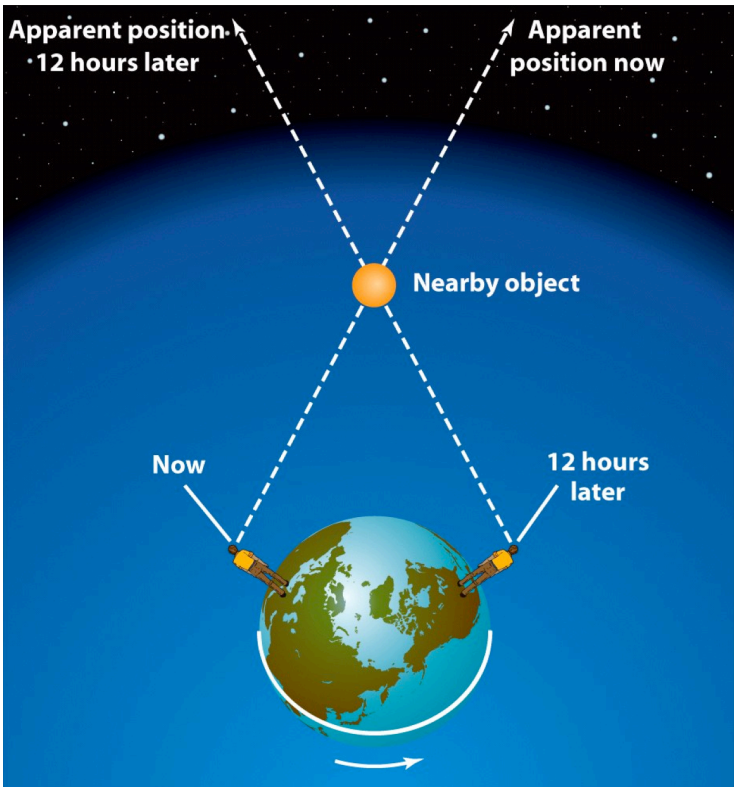


FIGURA 2.14— Un oggetto vicino mostra uno spostamento di parallasse. Tycho Brahe sosteneva che se un oggetto è vicino alla Terra, un osservatore dovrebbe guardare in direzioni diverse per vedere quest'oggetto durante il corso della notte e la sua posizione relativa alle stelle dello sfondo dovrebbe cambiare. Tycho non riuscì a misurare tali cambiamenti per la supernova del 1572 e la cometa del 1577. Egli concluse pertanto che questi oggetti fossero molto lontani dalla Terra.

Le accurate osservazioni di Tycho non svelarono alcun parallasse. Più lontane è un oggetto, meno esso si sposta rispetto allo sfondo, quando cambiamo il nostro punto di osservazione, e minore è la parallasse. Pertanto la nuova stella doveva essere molto lontana, più lontana dalla Terra di quanto chiunque potesse immaginare. Era la prima prova che le stelle "immutabili" fossero di fatto mutabili.

Tycho provò anche a misurare la parallasse di una brillante cometa che apparve nel 1577 e di nuovo, la trovò troppo piccola per essere misurata. Di conseguenza la cometa doveva essere anch'essa lontanissima dalla Terra. Per di più, poiché la posizione della cometa rispetto alle stelle cambiava notte dopo notte, il suo moto era più simile a quello

di un pianeta che di una stella. La maggior parte degli studiosi dell'epoca di Tycho insegnavano che i moti dei pianeti esistevano nella stessa forma dall'inizio dell'universo. Se nuovi oggetti come le comete potevano apparire e sparire nel regno dei pianeti, le nozioni convenzionali dei moti planetari avevano bisogno di essere corrette.

Le osservazioni di Tycho hanno mostrato che i cieli non erano per niente intatti e statici. Questa scoperta fu uno schiaffo a 2000 anni di pensiero astronomico. Per sostenere queste osservazioni rivoluzionarie, il re di Danimarca finanziò la costruzione di due magnifici osservatori sull'isola di Hven, vicino alla costa danese. Questo permise a Tycho di disegnare, costruire e usare una serie di strumenti di gran lunga superiori in qualità a tutti quelli precedenti (figura 2.15).

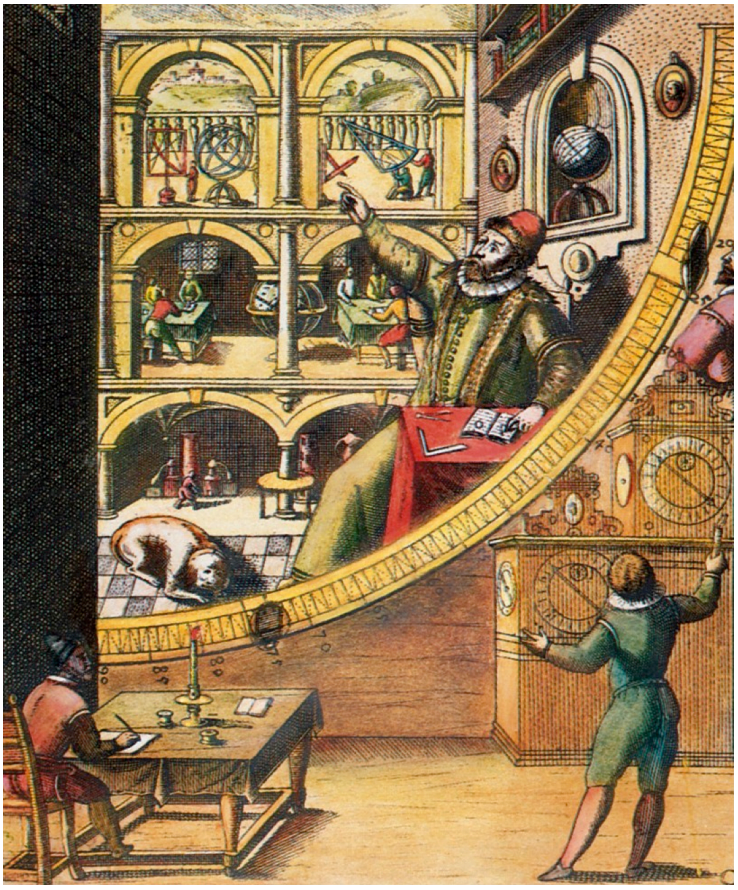


FIGURA 2.15— Tycho Brahe (1546 – 1601) mentre osserva. Quest'illustrazione contemporanea mostra Tycho Brahe con apparecchi di misura molto avanzati a Uraniborg, uno dei due osservatori che aveva costruito sotto il patrocinio di Frederik II di Danimarca. A questo magnifico osservatorio manca un telescopio, che non era ancora stato inventato. I dati raccolti da Tycho furono cruciali nello sviluppo dell'astronomia negli anni successivi alla sua morte. (Photo Researchers, Inc.)

2.3.1 Tycho e la posizione dei pianeti

Con i suoi apparecchi avanzati Tycho misurò la posizione dei pianeti e delle stelle con una precisione senza precedenti. Uno degli scopi chiave delle osservazioni di Tycho

durante questo periodo era di mettere alla prova le idee di Copernicus proposte decine di anni prima sulla rotazione della Terra attorno al Sole. Tycho argomentava che se la Terra fosse in moto, allora le stelle vicine dovrebbero spostare la loro posizione rispetto allo sfondo stellare quando orbitiamo attorno al Sole. Tycho non riuscì a trovare nessuna parallasse e concluse che la Terra era ferma e che il sistema copernicano era sbagliato.

Su questo punto Tycho aveva torto perché le stelle vicine cambiano infatti la loro posizione come egli aveva suggerito. Purtroppo anche le stelle vicine sono così distanti che gli spostamenti sono minori di un secondo d'arco[4], troppo piccoli per essere visti a occhio nudo. Tycho avrebbe avuto bisogno di un telescopio per scoprire la parallasse che cercava, ma il telescopio fu inventato solo dopo la sua morte nel 1601. La prima misura precisa di una parallasse avviene nel 1838.

Benché Tycho rimase convinto che la Terra fosse al centro dell'universo, egli dette nonostante tutto un contributo molto importante verso l'accettazione del modello eliocentrico. Dal 1576 fino al 1597 egli utilizzò i suoi strumenti per compiere vaste misurazioni delle posizioni dei pianeti con una precisione di 1 arco minuto. Era il meglio che si potesse fare a occhio nudo ed era un risultato nettamente superiore alle misurazioni precedenti. All'interno di quest'enorme quantità di dati compilata da Tycho si nascondeva la verità a proposito del moto dei pianeti. La persona che avrebbe estratto questa verità era un matematico tedesco, che diventò assistente di Tycho nel 1600, un anno prima della morte del grande astronomo. Il suo nome era Johannes Kepler (figura 2.16).

2.4 Johannes Kepler propose traiettorie planetarie ellittiche attorno al Sole

Il compito che si dette Johannes Kepler all'inizio del diciassettesimo secolo era di trovare un modello dei moti planetari che concordasse completamente con le ampie e molto precise osservazioni di Tycho delle posizioni planetarie. Per fare ciò, Kepler trovò necessario abbandonare vecchi pregiudizi sui moti planetari.

2.4.1 Orbite ellittiche e la prima legge di Kepler

Gli astronomi avevano supposto per un lungo tempo che gli oggetti celesti si muovessero su cerchi, che consideravano la forma geometrica più perfetta e armoniosa. Credevano che se un Dio perfetto risiedeva nel cielo con le stelle e i pianeti, allora il moto di questi oggetti doveva anche essere perfetto. In questo contesto Kepler ebbe il coraggio di provare a spiegare il moto planetario con orbite non circolari. In particolare, egli trovò che aveva più successo un tipo particolare di curva chiamato **ellisse**.

Potete disegnare un'ellisse usando una cordicella chiusa in anello, due chiodi e una penna come mostrato nella figura 2.17. Ogni chiodo nella figura si trova su uno dei due **fuochi** dell'ellisse. La somma della distanza tra il primo fuoco e la penna, e la distanza tra la penna e il secondo fuoco è costante e uguale alla lunghezza dell'asse principale

[4]un angolo di 1 grado = 60 minuti x 60 secondi, quindi 1 secondo d'arco = $1/(60 \cdot 60) = 1/3600$ gradi

FIGURA 2.16— Johannes Kepler (1571–1630). Analizzando la documentazione dettagliata dei moti planetari di Tycho Brahe, Kepler sviluppò tre principi generali, chiamati le leggi di Kepler, che descrivono come i pianeti si muovano attorno al Sole. Kepler fu il primo a rendersi conto che le orbite dei pianeti sono ellittiche e non circolari. (E. Lessing/Magnum)

(per definizione dell'ellisse). Un cerchio è un caso speciale di ellisse in cui i due fuochi si trovano nello stesso punto (corrisponde all'uso di un solo chiodo nella figura 2.17. Il semiasse principale di un cerchio è uguale al suo raggio.

Supponendo che le orbite planetarie fossero ellissi, Kepler scoprì con grande piacere, che egli poteva far combaciare precisamente i suoi calcoli teorici con le osservazioni di Tycho. Quest'importante scoperta, pubblicata nel 1609, si chiama oggi **la prima legge di Kepler**:

L'orbita di un pianeta attorno al Sole è un'ellisse con il Sole su uno dei due fuochi.

Il semiasse principale dell'orbita del pianeta, di solito chiamato a, è la distanza media tra il pianeta e il Sole.

ATTENZIONE Il Sole si trova su un fuoco dell'orbita ellittica del pianeta, ma non c'è *niente* sull'altro fuoco. Questo "fuoco vuoto" ha un significato geometrico, perché aiuta a definire la forma dell'ellisse, ma non gioca alcun altro ruolo.

Le ellissi esistono in diverse forme, a dipendenza dell'elongazione dell'ellisse. La forma di un'ellisse è descritta dalla sua **eccentricità**, di solito chiamata e. Il valore di e

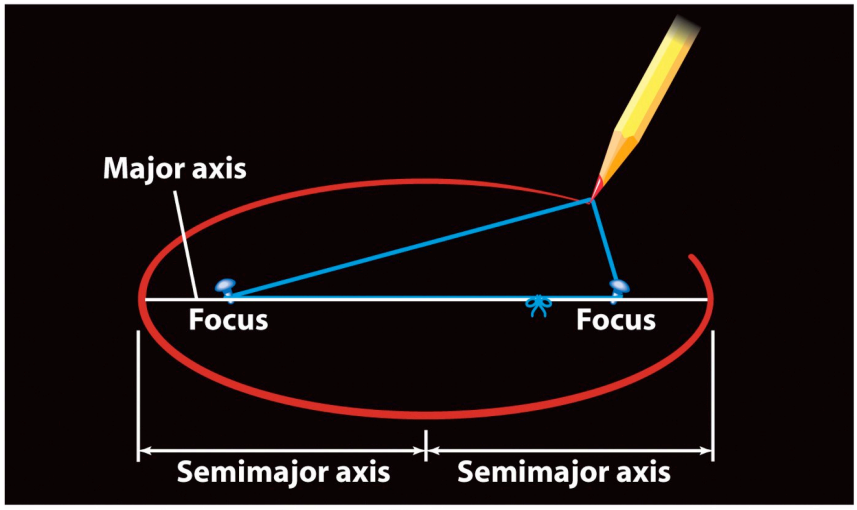


FIGURA 2.17— Per disegnare un'ellisse, usate due chiodi per fissare le estremità di una cordicella, poi usate una penna per rendere tesa la cordicella. Se muovete la penna sempre tenendo la cordicella tesa, la penna traccia un'ellisse. I due chiodi si trovano sui fuochi dell'ellisse. L'asse principale è la più grande distanza attraverso l'ellisse, il semiasse principale è la meta di questa distanza.

va da 0 (un cerchio) fino a appena meno di 1 (quasi una linea dritta). Maggiore è l'eccentricità, maggiore è l'elongazione dell'ellisse. La figura 2.18 mostra alcuni esempi di ellisse con diverse eccentricità. Poiché il cerchio è un caso speciale di ellisse, è possibile avere un'orbita perfettamente circolare. Tuttavia tutti gli oggetti che orbitano attorno al Sole hanno orbite che sono al meno leggermente ellittiche. L'orbita più circolare è quella di Venere, con un'eccentricità di 0.007; Mercurio ha un'eccentricità di 0.206 e alcuni piccoli corpi chiamati comete si muovo su orbite molto allungate con eccentricità appena sotto 1.

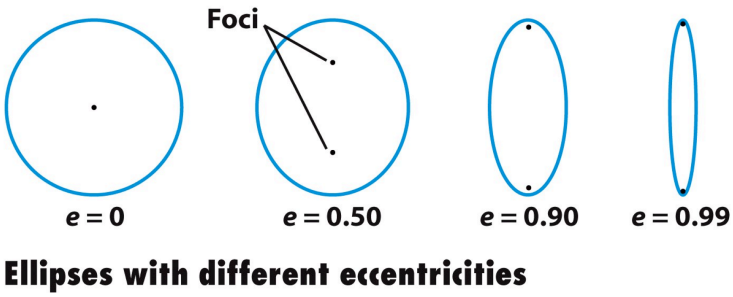


FIGURA 2.18— Una serie di ellissi con lo stesso asse principale ma diverse eccentricità. Un'ellisse può avere qualsiasi eccentricità $e = 0$ (cerchio) fino a appena meno di $e = 1$ (virtualmente una linea dritta).

2.4.2 Velocità orbitale e la seconda legge di Kepler

Una volta conosciuta la forma dell'orbita di un pianeta, Kepler era pronto per descrivere esattamente *come* esso si muovesse su quest'orbita. Quando un pianeta viaggia su

un'orbita ellittica, la sua distanza dal Sole varia. Kepler si accorse che anche la velocità di un pianeta varia lungo l'orbita. Un pianeta si muove più rapidamente quando è più vicino al Sole, su un punto dell'orbita chiamato **perielio**. Viceversa, un pianeta si muove più lentamente, quando è più lontano dal Sole, su un punto chiamato **afelio** (figura 2.19).

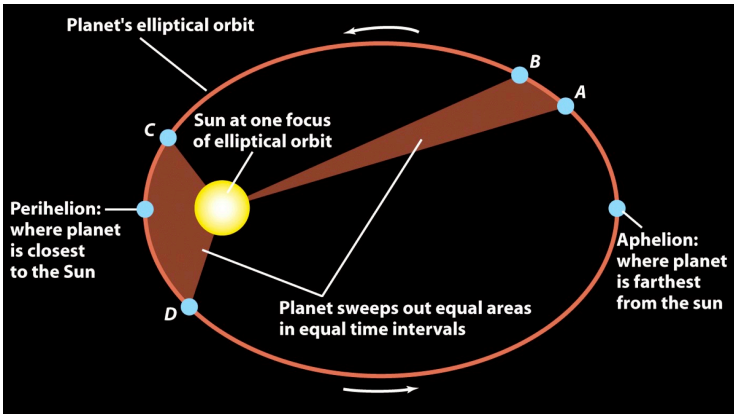


FIGURA 2.19— La prima e la seconda legge di Kepler. Secondo la prima legge di Kepler, un pianeta viaggia su un'orbita ellittica con il Sole a uno dei due fuochi. Secondo la seconda legge, un pianeta si muove più velocemente quando più vicino al Sole (perielio) e più lentamente quando più lontano dal Sole (afelio). Quando il pianeta si muove, una linea immaginaria collegando il pianeta al Sole spazza aree uguali in uguali intervalli di tempi (da A a B, o da C a D). Usando queste leggi nei suoi calcoli, Kepler trovò un accordo perfetto con i moti apparenti dei pianeti.

Empiricamente Kepler trovò un modo per descrivere come varia la velocità di un pianeta lungo la sua orbita. La figura 2.19 illustra questa scoperta, anch'essa pubblicata nel 1609. Supponete che un pianeta impieghi 30 giorni per andare da un punto A verso un punto B. Durante questo tempo una linea immaginaria che colleghi il pianeta al Sole spazza un'area quasi triangolare. Kepler scoprì che una linea che colleghi il pianeta al Sole spazza anche esattamente la stessa area durante ogni intervallo di 30 giorni. In altre parole, se il pianeta impiega ancora 30 giorni per andare da un punto C fino a un punto D, allora i due segmenti ombreggiati nella figura 2.19 hanno la stessa superficie. La seconda legge di Kepler può quindi essere espressa così:

Una linea che unisca un pianeta al Sole descrive aree uguali in intervalli di tempo uguali.

Questa relazione viene anche chiamata la **legge di aree.** Nel caso ideale di un'orbita circolare, il pianeta dovrebbe muoversi a velocità costante lungo la sua orbita per soddisfare la seconda legge di Kepler.

ANALOGIA Un'analogia per la seconda legge di Kepler è quella di un pattinatore sul ghiaccio che faccia delle piroette e che tenga un peso in ogni mano. Se il pattinatore avvicina i pesi al suo corpo, la sua velocità di rotazione aumenta e i pesi si muovo più rapidamente. Se tende le braccia e i pesi si allontanano dal suo corpo, la sua rotazione diminuisce e i pesi rallentano. Come i pesi, un pianeta su un'orbita ellittica si muove

più velocemente quando si trova vicino al Sole e viaggia più lentamente quando si allontana dal Sole.

2.4.3 Periodi orbitali e la terza legge di Kepler

La seconda legge di Kepler descrive come la velocità di un pianeta cambi mentre esso orbita attorno al Sole. Kepler dedusse dalle osservazioni di Tycho anche una relazione che può essere usata per paragonare i moti di *diversi* pianeti. Pubblicato nel 1618 e adesso chiamata la **terza legge di Kepler**, essa stabilisce un rapporto tra la dimensione dell'orbita di un pianeta e il tempo che impiega il pianeta per fare una volta il giro attorno al Sole.

Il quadrato del periodo siderale di un pianeta è direttamente proporzionale al cubo del semiasse principale dell'orbita.

La terza legge di Kepler dice che maggiore è l'orbita di un pianeta – cioè, maggiore è il semiasse principale (o la distanza media tra il pianeta e il Sole) – allora maggiore è il periodo siderale (il tempo che il pianeta impiega per compiere un orbita). Con la terza legge di Kepler si può mostrare che maggiore è il semiasse principale, minore è la velocità media del pianeta sulla sua orbita. (Al contrario, la *seconda* legge di Kepler descrive come la velocità di un dato pianeta è a volte più rapida, a volta più lenta della sua velocità media.) Questa relazione quantitativa tra la dimensione dell'orbita e la velocità orbitale è quello che Aristarchus e Copernicus usavano per spiegare il moto retrogrado, come abbiamo visto nella sezione 2.2. Il grande contributo di Kepler fu di rendere questa relazione quantitativa.

È utile riformulare la terza legge di Kepler in un'equazione. Se il periodo siderale P del pianeta fosse misurato in anni e la lunghezza del semiasse principale a fosse misurata in unità astronomiche (UA)[5], allora la terza legge di Kepler sarebbe

Terza legge di Kepler

$$P^2 = a^3$$

P = periodo siderale del pianeta, in anni

a = semiasse principale del pianeta, in UA

Se conoscete sia il periodo orbitale di un pianeta, sia il semiasse principale della sua orbita, potete trovare l'altra quantità usando quest'equazione. Possiamo verificare la terza legge di Kepler per tutti i pianeti, incluso quelli che sono stati scoperti dopo la morte di Kepler, usando i dati delle figure 2.10 e 2.12. Se la terza legge di Kepler è corretta, per ogni pianeta i valori numerici di P^2 e a^3 devono essere uguali. Questo è infatti il caso con un alto grado di precisione, come mostra la figura 2.20.

[5] 1 UA è la distanza media tra il Sole e la Terra

Planet	Sidereal period P (years)	Semimajor axis a (AU)	P^2	a^3
Mercury	0.24	0.39	0.06	0.06
Venus	0.61	0.72	0.37	0.37
Earth	1.00	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	3.53	3.51
Jupiter	11.86	5.20	140.7	140.6
Saturn	29.46	9.55	867.9	871.0
Uranus	84.10	19.19	7,072	7,067
Neptune	164.86	30.07	27,180	27,190

FIGURA 2.20— Dimostrazione della terza legge di Kepler ($P^2 = a^3$). Le ultime due colonne di questa figura dimostrano che questa relazione resta valida con un alto grado di precisione.

2.4.4 Il significato delle leggi di Kepler

Le leggi di Kepler sono una pietra miliare nella storia dell'astronomia. Esse hanno reso possibile calcolare i moti dei pianeti con la migliore precisione mai raggiunta da qualsiasi modello geocentrico e hanno aiutato a giustificare l'idea di un modello eliocentrico. Le leggi di Kepler sono anche più semplici sotto ogni aspetto dei modelli di Tolomeo e di Copernicus: entrambi questi modelli usavano una complicata combinazione di cerchi.

Il significato delle leggi di Kepler va oltre la comprensione delle orbite planetarie. Le stesse leggi sono seguite dalle sonde spaziali che orbitano attorno alla Terra, da due stelle orbitanti una attorno all'altra in un sistema binario, e addirittura dalle galassie che orbitano l'una attorno all'altra.

Malgrado che questi risultati fossero impressionanti, Kepler non dimostrò che i pianeti orbitano attorno al Sole, né fu capace di spiegare perché i pianeti si muovano in conformità alle tre leggi. Questi progressi furono fatti da due altre personalità famosissime nella storia dell'astronomia: Galileo Galilei e Isaac Newton.

2.5 Le scoperte di Galileo con il cannocchiale sostengono un modello eliocentrico

Quando gli ottici olandesi inventarono il cannocchiale durante il primo decennio del XVII secolo, l'astronomia si ritrovò cambiata per sempre. Lo studioso che usò questo nuovo strumento per raccogliere prove convincenti che i pianeti orbitino attorno al Sole, e non alla Terra, fu il matematico e fisico italiano Galileo Galilei (figura 2.21).

Galileo non fu l'inventore del cannocchiale, ma fu il primo a puntare questo nuovo strumento verso il cielo e a pubblicare le sue osservazioni. Dal 1609 egli vide cose che nessuno avrebbe sognato di vedere. Egli scoprì montagne sulla Luna, macchie sulla superficie del Sole e gli anelli di Saturno. Fu il primo a vedere che la Via Lattea non è una banale fascia di luce, ma piuttosto un'ammasso di innumerevoli stelle.

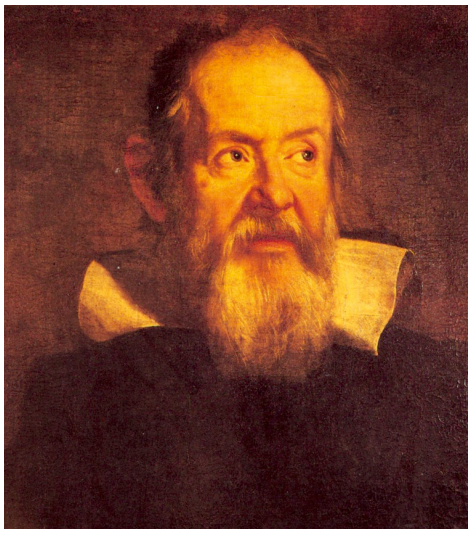


FIGURA 2.21— Galileo Galilei (1564–1642). Galileo fu uno dei primi a usare il cannocchiale per osservare il cielo. Egli scoprì crateri sulla Luna, macchie solari, le fasi di Venere e quattro satelliti che orbitavano attorno a Giove. Le sue osservazioni appoggiavano fortemente la conclusione che la Terra fosse in orbita attorno al Sole e non viceversa. (Eric Lessing/Art Resource)

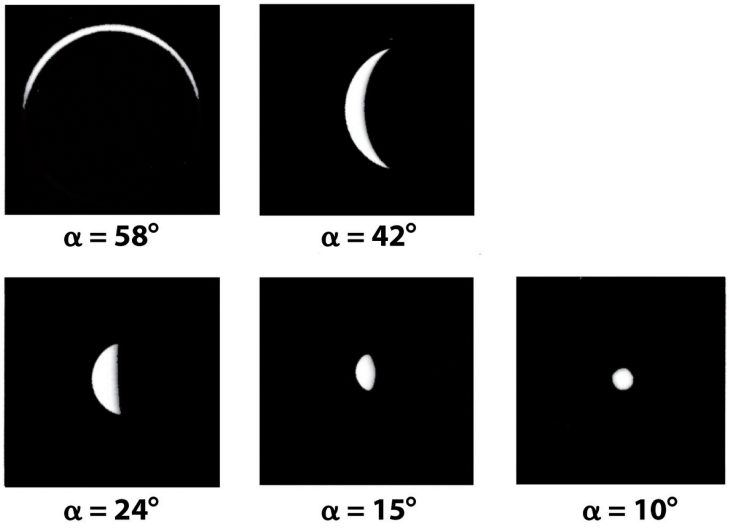


FIGURA 2.22— Le fasi di Venere. Questa serie di fotografie mostra come Venere appare mentre si muove lungo la sua orbita. Il numero sotto ogni foto è il diametro angolare α del pianeta in secondi d'arco. Venere ha il massimo diametro angolare quando sta crescendo e il minore quando è gibbosa (quasi piena). (New Mexico State University Observatory)

2.5.1 Le fasi di Venere

Una delle più importanti scoperte di Galileo con il cannocchiale è che Venere mostri fasi come quelle della Luna (figura 2.22). Galileo si accorse anche che la dimensione apparente di Venere vista con il cannocchiale era collegata alla fase del pianeta. Venere appare piccola nella fase gibbosa e al suo massimo quando è nella fase crescente. Esiste anche una correlazione tra le fasi di Venere e l'angolo tra il pianeta e il Sole.

La figura 2.23 mostra che queste relazioni sono interamente compatibili con un modello eliocentrico nel quale entrambi, la Terra e Venere, orbitano attorno al Sole. Sono anche completamente *incompatibili* con il sistema tolemaico, nel quale sia il Sole che Venere orbitano entrambi attorno alla Terra. Per spiegare perché Venere non si vedesse mai molto lontano dal Sole, il modello tolemaico doveva supporre che i deferenti di Venere e del Sole si muovessero simultaneamente, con l'epiciclo di Venere centrato su una linea dritta tra la Terra e il Sole (figura 2.24). Nel modello tolemaico, Venere non si trovava mai oltre il Sole (rispetto alla Terra) e quindi non poteva mai mostrare le fasi gibbose che Galileo osservò.

2.5.2 Le Lune di Giove

Galileo trovò altre prove inaspettate alle idee di Copernicus. Nel 1610 Galileo scoprì quattro Lune, oggi chiamate satelliti galileani, che orbitano attorno a Giove (figura 2.25

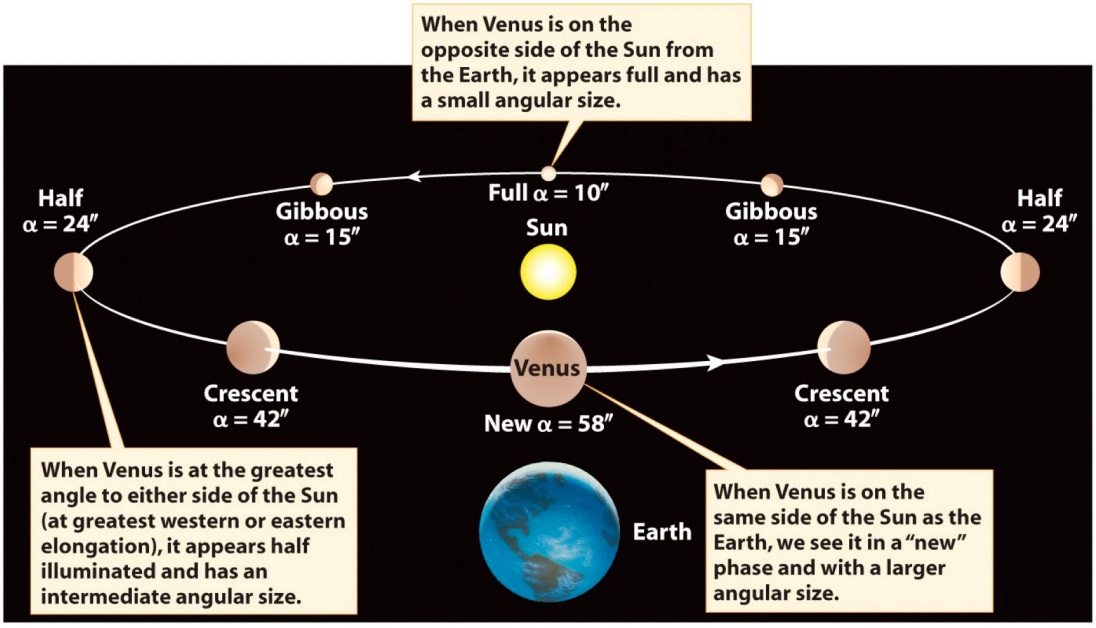


FIGURA 2.23— Un modello eliocentrico in cui entrambi Venere e la Terra orbitano attorno al Sole, fornisce una spiegazione naturale per il cambiamento dell'apparenza di Venere, come mostrato nella figura 2.22.

e 2.26). Egli si rese conto che sono in orbita attorno a Giove perché appaiono muoversi avanti e indietro da un lato del pianeta all'altro.

La figura 2.27 mostra osservazioni fatte da un gesuita nel 1620 che confermano quelle di Galileo. Gli astronomi si resero presto conto che il satellite con la più grande orbita attorno a Giove era il più lento (impiegava più tempo per viaggiare lungo la sua orbita). Queste erano le stesse relazioni che Copernicus aveva dedotto per i moti dei pianeti attorno al Sole. Di conseguenza le Lune di Giove si comportano come un sistema copernicano in miniatura.

Le osservazioni di Galileo con il cannocchiale costituiscono i primi dati astronomici fondamentalmente nuovi in quasi 2000 anni. In contraddizione con l'opinione prevalente dell'epoca e le credenze religiose, le sue scoperte suggeriscono fortemente una struttura eliocentrica dell'universo. La chiesa cattolica romana, che era una potente forza politica in Italia e che sosteneva una dottrina geocentrica, ammonì Galileo di non sostenere un modelle eliocentrico. Nonostante tutto Galileo persisté e fu condannato a spendere gli ultimi anni della sua vita agli arresti domiciliai "per veemente sospetto di eresia". Tuttavia non fu più possibile tornare indietro. (La chiesa romana cattolica ritirò la proibizione contro le idee eliocentriche di Galileo attorno al 1700).

Mentre le osservazioni di Galileo mostravano in un modo convincente che il modello di Tolomeo era completamente sbagliato e che un modello eliocentrico era più probabilmente corretto, non erano capaci di spiegare completamente perché la Terra orbita attorno al Sole e non viceversa. La prima persona capace di fornire una tale spiegazione fu l'inglese Isaac Newton, nato il giorno di natale 1642, una dozzina di anni dopo la morte di Kepler e lo stesso anno della morte di Galileo. Mentre Kepler e Gali-

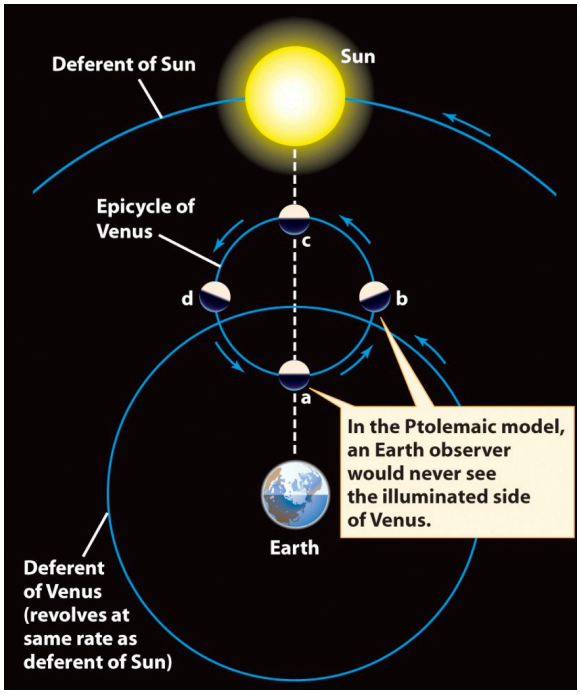


FIGURA 2.24— Come appare Venere nel modello tolemaico: Nel modello geocentrico di Tolomeo i deferenti di Venere e del Sole ruotano insieme, con l'epiciclo di Venere centrato su una retta (mostrata tratteggiata) che collega il Sole e la Terra. In questo modello un osservatore sulla Terra non vedrebbe mai Venere più che illuminata a metà. (Nelle posizioni a e c, Venere appare in una fase "nuova"; nelle posizioni b e d, essa appare come crescente.) Poiché Galileo vide Venere in fasi quasi completamente illuminate, egli concluse che il modello tolemaico non poteva essere corretto.

leo rivoluzionarono la nostra comprensione dei moti planetari, il contributo di Newton fu molto più grande: Egli dedusse le leggi di base che governano tutti moti sulla Terra e nei cieli.

2.6 Le tre leggi di Isaac Newton

Fino alla metà del diciassettesimo secolo, virtualmente tutti i tentativi per descrivere i moti dei cieli furono *empirici* o basati direttamente sui dati e le osservazioni. Da Tolomeo a Kepler, gli astronomi modificarono le loro idee e calcoli per tentativi finche trovarono risposte in accordo con le osservazioni.

Isaac Newton (figura 2.28) introdusse un nuovo approccio. Egli cominciò con tre asserzioni generali, oggi chiamate **le leggi di Newton sul moto**. Queste leggi, dedotte da osservazioni sperimentali, si applicano a tutte le forze e a tutti gli oggetti. Newton poi dimostrò che le tre leggi di Kepler erano una conseguenza logica delle leggi sul moto e di una formula per la forza di gravità, che derivò dalle osservazioni.

In altre parole, le leggi di Kepler non sono solo una descrizione empirica dei moti dei pianeti, ma una conseguenza diretta delle leggi fondamentali della materia fisica. Usando questa comprensione più profonda della natura dei moti nei cieli, Newton e i suoi successori furono capaci di descrivere accuratamente non solo le orbite dei pianeti, ma anche le orbite della Luna e delle comete.

FIGURA 2.25— Giove e le sue quattro Lune più grandi. Questa foto amatoriale mostra le quattro Lune di Giove insieme ad una foto a Giove sovraesposta di Giove. Ogni satellite sarebbe abbastanza brillante per essere visto a occhio nudo, se non fosse travolto dal bagliore di Giove (C. Holmes).

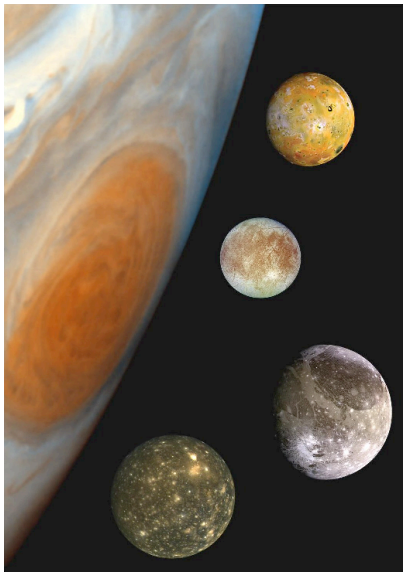


FIGURA 2.26— In scala, insieme a sinistra, le quattro Lune galileane. Dall'alto verso il basso: Io, Europa, Ganymede, Callisto (planetary photojournal NASA).

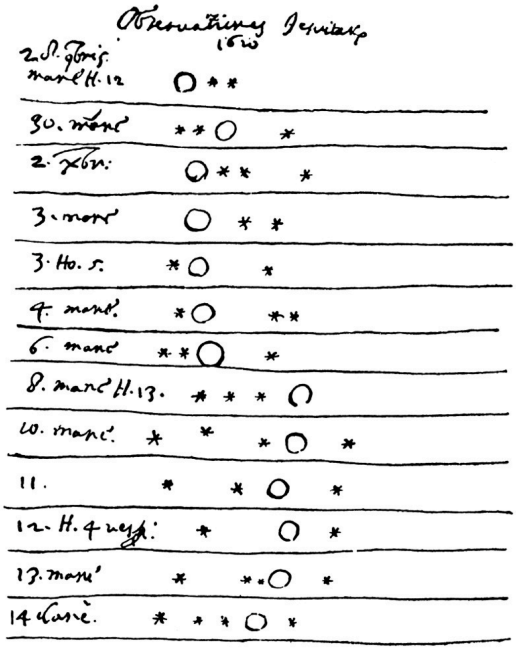


FIGURA 2.27— Osservazioni delle Lune di Giove. Nel 1610 Galileo scoprì quattro "stelline" che si muovevano avanti e indietro attorno a Giove da una notte all'altra. Egli concluse che queste fossero quattro Lune orbitanti attorno a Giove, come la nostra Luna orbita attorno alla Terra. Questo disegno mostra annotazioni fatte da osservatori gesuiti nel 1610. Il grande cerchio rappresenta Giove e le stelle le sue Lune. Paragonate il disegno numero 13 con la fotografia della figura 2.25.

FIGURA 2.28— Isaac Newton (1642–1727). Usando tecniche matematiche che egli stesso inventò, Isaac Newton formulò la legge della gravitazione universale e dimostrò che i pianeti orbitano attorno al Sole in accordo con semplici regole meccaniche. (National Portrait Gallery, Londra)

2.6.1 La prima legge di Newton

Le leggi di Newton descrivono il moto degli oggetti sulla Terra e nel cielo. Pertanto possiamo capire ognuna di queste leggi considerando i moti degli oggetti attorno a noi. Cominciamo con la prima legge di Newton sul moto:

Un oggetto rimane a riposo, o si muove lungo una retta a velocità costante, a meno che su di esso agisca una forza netta esterna.

Con **forza** intendiamo ogni spinta o trazione che agisca sull'oggetto. Un forza *esterna* è una forza che agisce sull'oggetto che proviene da qualche cosa diverso dell'oggetto stesso. La forza netta, o totale, esterna è l'effetto combinato di tutte le forze esterne individuali che agiscono sull'oggetto.

In questo preciso momento state dimostrando la prima parte della prima legge di Newton. Mentre siete seduti sulla vostra sedia, leggendo queste linee, ci sono due forze esterne che agiscono su di voi: la forza di gravità vi attrae verso il basso e la sedia vi spinge verso l'alto. Queste due forze sono di uguale intensità ma opposte in direzione, così il loro effetto si cancella – non c'è una forza esterna *netta*. Di conseguenza il vostro corpo rimane a riposo, come specificato dalla prima legge di Newton. Se provate ad alzarvi dalla sedia afferrando le vostre ginocchia e tirandoli su, rimanete a riposo perché questa forza non è una forza esterna.

ATTENZIONE La seconda parte della prima legge di Newton, a proposito di oggetti in moto, può sembrare in contraddizione con il senso comune. Se volete far muovere un libro sul tavolo seguendo una retta a velocità costante, dovete continuare a spingerlo. Potreste pertanto pensare che *c'è* una forza esterna: la vostra spinta. Un'altra forza agisce però sul libro – la forza d'attrito, mentre il libro strofina il tavolo. Mentre state spingendo il libro sul tavolo, la vostra spinta è esattamente bilanciata dalla forza d'attrito, così che, di nuovo non c'è una forza netta esterna. Se smettete di spingere, c'è una forza esterna netta (l'attrito) e il libro comincia a frenare fino a fermarsi.

La prima legge di Newton ci insegna che se nessuna forza netta esterna agisce su un oggetto in moto, non ci può essere una forza netta esterna agendo su questo oggetto. Questo significa che una forza netta esterna *deve* agire sui pianeti. Per vedere il perché, notate che un pianeta che si muove nello spazio vuoto non incontra nessun attrito, quindi il pianeta dovrebbe fuggire nello spazio a velocità costante lungo una linea retta. Visto che questo non accade, Newton concluse che una forza *deve* agire in continuazione sui pianeti per mantenerli sulle loro orbite ellittiche.

2.6.2 La seconda legge di Newton

La seconda legge di Newton descrive come il moto di un oggetto *cambi*, quando esiste una forza netta esterna che agisce su di esso. Per comprendere a fondo la seconda legge di Newton, dobbiamo prima capire due quantità che descrivono il moto – velocità e accelerazione.

La velocità misura la rapidità con la quale un oggetto si muove. Notate che la velocità non è solo l'intensità di questa rapidità, ma anche la sua direzione. La velocità $\vec{v}$ è una grandezza *vettoriale*, con intensità, direzione e verso che descrivono il tasso di cambiamento della posizione di un oggetto: $\vec{v} = \Delta\vec{x}/\Delta t$, con $\vec{x}$ la posizione dell'oggetto e t il tempo. Possiamo riformulare la prima legge di Newton dicendo che un oggetto ha velocità costante (cioè, ne l'intensità, ne la direzione e ne il senso di $\vec{v}$ cambiano), quando nessuna forza netta esterna agisce sull'oggetto.

L'accelerazione $\vec{a}$ è il tasso di cambiamento della velocità $\vec{v}$. Un'accelerazione può esistere se l'intensità, la direzione o il verso di $\vec{v}$ cambiano. Contrariamente alla percezione comune, un oggetto accelera anche quando la sua velocità diminuisce o quando esso gira (cioè cambia la direzione del suo moto). In modo analogo alla velocità, definiamo l'accelerazione come $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$.

Potete verificare queste affermazioni sull'accelerazione se pensate alle sensazioni che si provano viaggiando in macchina. Se la macchina si muove a velocità costante (su una retta mantenendo sempre la stessa rapidità), vi sentite come se la macchina non si muovesse affatto. Potete invece sentire quando la macchina sta accelerando nei modi seguenti: vi sentite schiacciati sul sedile se la macchina aumenta la sua velocità, spinti in avanti se la macchina frena e spinti verso i lati se la macchina cambia direzione in una curva stretta. Nei paragrafi che seguono approfondiremo i motivi di queste sensazioni, insieme ad altre applicazioni delle leggi di Newton nella vita di tutti giorni, prima di tornare ad esempi astronomici.

2.6.3 Le leggi di Newton nella vita di tutti giorni

In questo corso usiamo le tre leggi di Newton sul moto per capire il movimento degli oggetti nei cieli. Tuttavia potete vedere le applicazioni delle leggi di Newton nella vita di tutti giorni nel mondo intorno a voi. Riferendoci a queste applicazioni quotidiane, possiamo raggiungere una comprensione più profonda di come le leggi di Newton si applichino agli oggetti celesti che sono lontani dall'esperienza umana ordinaria.

La prima legge di Newton, o principio d'inerzia, ci dice che un oggetto a riposo naturalmente tende a rimanere a riposo e che un oggetto in moto naturalmente tende a rimanere in moto. Questo spiega le sensazioni che sentite in automobile. Al semaforo rosso la macchina e il vostro corpo sono entrambi a riposo. Quando la luce diventa verde e la macchina accelera (il motore agisce *sulle ruote della macchina*), il vostro corpo prova a rimanere dove sta, ma il sedile della macchina (che sta accelerando) lo spinge in avanti, e voi sentite di essere schiacciati contro il sedile.

Una volta raggiunta la velocità di crociera, il vostro corpo vuole rimanere su una retta a questa velocità, ma se la macchina compie una curva marcata verso sinistra, il lato destro della macchina si avvicina a voi. In questo caso vi sentite come spinti verso il lato destro della macchina (il lato opposto rispetto alla curva). Se all'improvviso il conducente decide di frenare, il vostro corpo continua a muoversi in avanti fino a che la cintura di sicurezza vi blocca. In questo caso, vi sentite come se foste spinti in avanti.

Come vedremo nel paragrafo seguente **la seconda legge di Newton** ci dice che la forza netta esterna che agisce su un oggetto è uguale alla massa dell'oggetto moltiplicato per la sua accelerazione. Potete far accelerare un pezzo di carta spiegazzato fino a raggiungere un'alta velocità lanciandolo con una forza moderata. Se provate a lanciare però una roccia pesante con la stessa forza, l'accelerazione sarà molto minore perché la massa della roccia è molto superiore a quella della carta. A causa della sua minore accelerazione, la roccia lascerà la vostra mano ad una velocità minore.

Gli airbag delle automobili sono basati sulla relazione tra forza e accelerazione. È necessaria una grande forza per portare di colpo a riposo un oggetto che viaggia ad alta velocità, perché ciò richiede uno grande cambiamento di velocità (cioè una grande accelerazione). In una collisione il conducente di una macchina non equipaggiata di airbag viene costretto a uno stop brutale e le grandi forze che agiscono possono provocare gravi ferite. Tuttavia se la macchina possiede un airbag, il corpo del conducente rallenterà in maniera progressiva mentre entra in contatto con l'airbag, e di conseguenza l'accelerazione del conducente sarà minore. (Ricordatevi che l'accelerazione si riferisce sia ad un aumento che a una diminuzione di velocità.) Pertanto le forze che agiscono sul conducente e le probabilità di ferite saranno molto ridotte.

La terza legge di Newton, il principio di azione e reazione, spiega come una macchina può accelerare del tutto. Non è corretto dire che il motore spinge in avanti la macchina, perché la seconda legge di Newton dice che ci vuole una forza che agisce dall'esterno per fare accelerare la macchina. Piuttosto, il motore fa girare le ruote e le gomme e le gomme spingono indietro sulla strada. (Potete vedere questa forza verso l'indietro in azione quando una macchina passa sul fango e lo spruzza indietro.) Dalla terza legge di Newton, il suolo deve esercitare una forza sulla macchina nel senso opposto, e questa è la forza che spinge la macchina avanti. La stessa cosa è valida quando

camminate: la forza d'attrito vi spinge avanti, mentre con i piedi, voi spingete indietro il pavimento. In (quasi totale) assenza d'attrito, come per esempio sul ghiaccio o sull'olio, non si può (quasi) camminare e una macchina non può accelerare verso avanti, ma rimane allo stesso punto.

2.6.4 La seconda legge di Newton nel sistema solare

Un mela che cade dall'albero verso terra è un buon esempio di accelerazione che coinvolge solo un aumento di velocità. All'inizio della caduta, quando il picciolo si rompe, la velocità della mela è zero. Dopo 1 secondo la sua velocità verso il basso è di 9.8 m/s. Dopo 2 secondi la velocità è il doppio (19.6 m/s). Poiché la velocità della mela aumenta al ritmo di 9.8 m/s per ogni secondo di caduta libera, diciamo che il tasso di accelerazione è di 9.8 metri al secondo al secondo (9.8 m/s^2). La gravità della Terra dà alla mela un'accelerazione costante di 9.8 m/s^2 verso il basso, verso il centro del pianeta.

Un pianeta che ruota attorno al Sole in orbita perfettamente circolare è un buon esempio di accelerazione che coinvolge solo un cambiamento direzionale della velocità. Lungo la sua orbita, l'intensità della velocità $|\vec{v}|$ del pianeta rimane costante, ma il pianeta è in continua accelerazione perché la direzione di $\vec{v}$ cambia continuamente.

La seconda legge di Newton sul moto dice che per dare un accelerazione a un oggetto (cioè per cambiare la sua velocità $\vec{v}$), una forza netta esterna *deve* agire sull'oggetto. Più in dettaglio questa legge ci dice che l'accelerazione di un oggetto è proporzionale alla forza netta esterna che agisce sull'oggetto. Cioè maggiore è la spinta su un oggetto, maggiore sarà la sua accelerazione. Questa legge può essere espressa con un'equazione:

La seconda legge di Newton

$$\vec{F}_{\text{tot}} = m\,\vec{a}$$

$\vec{F}_{\text{tot}}$ = forza totale (o netta) esterna sull'oggetto

m = massa dell'oggetto

$\vec{a}$ = accelerazione dell'oggetto

$\vec{F}_{\text{tot}}$ e $\vec{a}$ sono grandezze **vettoriali**. Nel prossimo capitolo studieremo il moto a due dimensioni, per descrivere i moti nel piano (p.es. il moto dei pianeti nel sistema solare), i moti balistici (p.es. i lanci di oggetti nel campo gravitazionale terrestre) e i moti circolari (p.es. i satelliti artificiali attorno alla Terra). Nel caso a due dimensioni i vettori sono scritti con le loro due componenti, p.es. $\vec{F} = (F_x, F_y)$. La seconda legge di Newton è valida per ogni componente, $F_x = ma_x$ e $F_y = ma_y$.

La **massa** di un oggetto è la misura della quantità di materia nell'oggetto. Viene espressa in chilogrammi (kg). Per esempio, la massa del Sole è $2 \cdot 10^{30}$ kg, la massa di un atomo di idrogeno è $1.7 \cdot 10^{-27}$ kg e la massa media di un adulto è 75 kg. Il Sole, l'atomo di idrogeno e una persona hanno queste masse, indipendentemente dal posto in cui si trovano nell'universo.

ATTENZIONE È importante non confondere il concetto di massa con quello di peso. Il **peso** è la forza di gravità che agisce su un oggetto e, come tutte le altre forze, è espressa in Newton (N). Per non confonderci per essa useremo la parola "forza–peso".

Possiamo usare la seconda legge di Newton per legare la massa alla forza–peso. Abbiamo visto che l'accelerazione causata dalla gravità della Terra è 9.8 m/s^2. Quando un tuffatore con una massa di 50 kg cade dal trampolino, l'unica forza esterna netta che agisce sul suo corpo è la sua forza–peso (trascuriamo l'attrito dell'aria che è molto piccolo in questo caso). Pertanto dalla seconda legge di Newton ricaviamo che la sua forza–peso sia

$$50 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 490 \text{ Newton}.$$

Notate che questa risposta è corretta solo quando il tuffatore si trova sulla Terra. La sua forza–peso sarebbe minore sulla Luna, dove la forza di gravità è minore, e maggiore su Giove, dove la forza di gravità è maggiore. Galleggiando nello spazio profondo, lontano dal Sole e dai pianeti, non avrebbe alcuna forza–peso; sarebbe "senza peso". Tuttavia, in tutti questi casi, egli avrebbe sempre esattamente la stessa massa, perché la massa è una proprietà inerente alla matteria inalterata dai dettagli dell'ambiente. Quando parliamo delle proprietà dei pianeti, delle stelle o delle galassie, parliamo sempre della loro massa, mai della loro forza–peso.

Abbiamo visto che un pianeta accelera continuamente lungo la sua orbita attorno al Sole. Per la seconda legge di Newton, questo significa che ci deve essere una forza esterna netta che agisce in continuazione su ogni pianeta. Come vedremo nei paragrafi successivi, questa forza è la forza di attrazione gravitazionale del Sole.

2.6.5 La terza legge di Newton

L'ultima delle leggi generali di Newton sul moto, chiamata **la terza legge di Newton sul moto**, è la famosa affermazione a proposito dell'azione e della reazione:

Quando un oggetto esercita una forza su un secondo oggetto, il secondo oggetto esercita una forza uguale in intensità, ma in senso opposto sul primo oggetto.

Per esempio, se la vostra forza–peso è di 490 N, quando siete in piedi, state facendo una spinta di 490 N sul pavimento. La terza legge di Newton ci dice che il pavimento sta anche spingendo sui vostri piedi con una forza di 490 N. Potete pensare a ognuna di queste due forze come la reazione all'altra (all'origine dell'espressione "azione e reazione").

Newton si rese conto che visto che il Sole esercita una forza su ogni pianeta per mantenerlo in orbita, ogni pianeta deve anche esercitare una forza uguale in intensità ma in senso opposto sul Sole. Tuttavia i pianeti sono molto meno massicci del Sole (per esempio, la Terra ha solo 1/300'000 della massa del Sole). Di conseguenza, anche se la forza del Sole su un pianeta ha la stessa intensità che la forza del pianeta sul Sole, la massa molto minore del pianeta gli dà un accelerazione molto maggiore, sulla base della seconda legge di Newton. Questo è il motivo per cui i pianeti ruotano attorno

al Sole, e non viceversa. Pertanto le leggi di Newton spiegano perché il nostro sia un sistema eliocentrico.

2.7 La gravità di Newton spiega le leggi di Kepler e il moto dei pianeti

Attaccate una palla ad una corda, tenete in mano l'altra estremità della corda e fate girare la palla in cerchio nell'aria. Mentre la palla sta "orbitando" attorno alla vostra mano è in continua accelerazione perché la sua velocità $\vec{v}$ cambia. (Anche se l'intensità della velocità è costante, la direzione del movimento cambia.) In accordo con la seconda legge di Newton, ciò può accadere solo se la palla è continuamente sotto l'effetto di una forza esterna – la trazione della corda. La trazione è diretta lungo la corda verso la vostra mano. Allo stesso modo, Newton vide che la forza che mantiene un pianeta sulla sua orbita attorno al Sole sia una trazione che agisce verso il Sole. Questa trazione, o attrazione, è la gravità: Newton la chiamò forza di attrazione gravitazionale universale.

La scoperta di Newton a proposito delle forze che agiscono sui pianeti lo condusse a sospettare che la forza di gravità che attrae verso il basso una mela che cade è fondamentalmente la stessa forza della forza esercitata su un pianeta, che è sempre diretta verso il Sole. In altre parole la gravità è una forza che dà forma alle orbite dei pianeti. Newton è stato in grado di determinare come la forza di gravità dipenda dalla distanza tra il Sole e il pianeta. Il risultato è costituito da una legge di gravitazione applicabile sia al moto di pianeti distanti che al volo di una palla da calcio sulla Terra. Usando questa legge, Newton ottenne il notevole risultato di poter dedurre le leggi di Kepler da principi fondamentali della natura.

Per capire il ragionamento di Newton pensate di nuovo all'esempio della palla attaccata alla corda. Se usate una corda corta, in modo che la palla orbiti su un piccolo cerchio, e fatte girare la palla ad alta velocità, constaterete che dovrete tirare abbastanza fortemente sulla corda (figura 2.29a). Se usate una corda più lunga, in modo che la palla orbiti su un grande cerchio, e se fate ruotare la palla a bassa velocità, troverete che dovrete fare solo una trazione debole sulla corda (figura 2.29b). Le orbite dei pianeti si comportano nello stesso modo; maggiore è la dimensione dell'orbita, minore è la velocità del pianeta (figura 2.29c, d e figura 2.13). Per analogia con la forza della corda sulla palla che orbita, Newton concluse che la forza che attrae un pianeta verso il Sole deve diminuire con l'aumento della distanza tra il Sole e il pianeta.

2.7.1 La legge di gravitazione universale

Usando le sue tre leggi e le tre leggi di Kepler, Newton riuscì a formulare un'affermazione generale che descrive la natura della forza gravitazionale. La **legge di gravitazione universale** di Newton ci dice che:

Due oggetti si attraggono a vicenda con una forza direttamente proporzionale alla massa di ciascun oggetto e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra di loro.

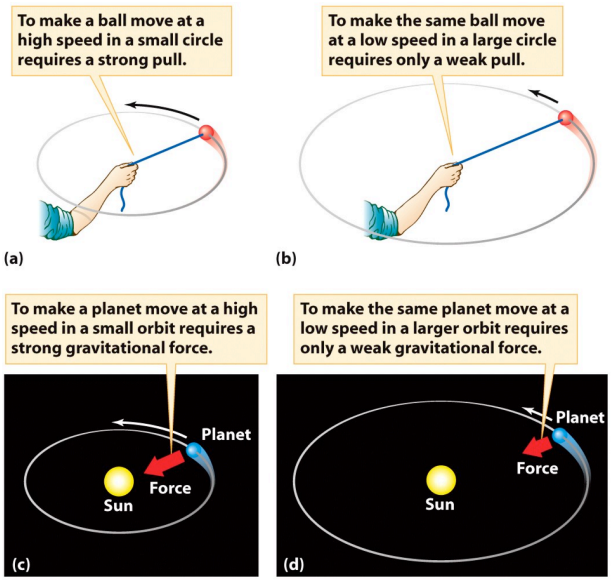


FIGURA 2.29— L'analogia dell'orbita. (a) Per fare ruotare una palla attaccata ad una corda ad alta velocità in un piccolo cerchio, dovete esercitare una trazione sostanziale sulla corda. (b) Se allungate la corda e fatte ruotare la stessa palla a bassa velocità in un cerchio più grande, è necessaria molto meno trazione. (c), (d) In modo simile un pianeta che orbita vicino al Sole si muove ad alta velocità e richiede una forza gravitazionale sostanziale da parte del Sole, mentre un pianeta più lontano su una grande orbita si muove a bassa velocità e richiede meno forza gravitazionale per rimanere in orbita.

Questa legge stabilisce che *qualsiasi* due oggetti esercitano sempre un'attrazione gravitazionale l'uno sull'altro. Normalmente notate solo la forza gravitazionale che la Terra esercita su di voi, anche chiamata forza–peso. In realtà esistono attrazioni gravitazionali da *tutti* gli altri oggetti attorno a voi. Per esempio un libro esercita una forza gravitazionale su di voi mentre lo leggete. La forza esercitata dal libro è proporzionale alla sua massa, molto piccola rispetto alla massa della Terra, e quindi la forza dal libro è troppo piccola per essere notata. (Può in realtà essere misurata con apparecchi sensibili.)

La legge di gravitazione universale può essere scritta in forma di un'equazione. Se due oggetti hanno masse m_1 e m_2 e sono separati da una distanza r, allora la forza gravitazionale F_{grav} tra questi due oggetti è data dall'equazione:

La legge di gravitazione universale di Newton

$$F_{\text{grav}} = G\left(\frac{m_1 m_2}{r^2}\right)$$

dove m_1 e m_2 sono le masse in kg, r la distanza tra i due oggetti in metri e G è la costante di gravitazione universale. Misure moderne in laboratorio[6] hanno mostrato che

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\,\text{m}^2/\text{kg}^2.$$

[6]Newton non conosceva il valore della costante G, poteva solo stabilire relazioni di proporzionalità.

Usando i vettori per specificare non solo la grandezza della forza, ma anche la sua direzione e il suo verso, possiamo scrivere che

$$\vec{F}_{\text{grav}} = G\left(\frac{m_1 m_2}{r^2}\right)\frac{\vec{r}}{r}$$

dove $\vec{r}$ è il vettore che si estende dalla particella 1 alla 2. Il vettore $\vec{r}/r$ è di lunghezza 1 e viene aggiunto all'equazione solo per dare la "direzione" a $\vec{F}$ senza cambiare la sua lunghezza.

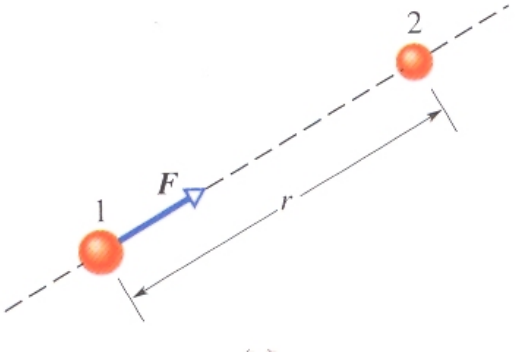


FIGURA 2.30— La forza gravitazionale esercitata sulla particella 1 dalla particella 2 è di tipo attrattivo. La forza $\vec{F}$ è lungo la congiungente delle due particelle, nella direzione che va dalla particella 1 alla 2.

Come ulteriore controllo della dipendenza della forza gravitazionale dall'**inverso del quadrato della distanza**, Newton confrontò l'accelerazione della Luna nella sua orbita a_L con l'accelerazione dei corpi in prossimità della superficie terrestre $g = 9.81\text{m/s}^2$. Egli avanzo l'audace ipotesi che la forza che costringe la Luna a girare intorno alla Terra avesse la stessa origine della forza che fa cadere i corpi verso la Terra in prossimita della sua superficie, cioe l'attrazione gravitazionale dovuta alla Terra.

Egli suppose innanzitutto che la Terra e la Luna potessero essere considerate particelle (punti materiali) con le loro masse concentrate nei loro centri. Questo significa che sulla superficie della Terra, ci troviamo ad una distanza di $R_T = 6378$ km dal centro della Terra. Poiché Newton sapeva che la distanza tra la Terra e la Luna fosse circa 60 volte R_T, egli si aspettava che l'accelerazione dei corpi in vicinanza della superficie della Terra g fosse $60^2 = 3600$ volte più forte dell'accelerazione che subisce la Luna (dovuta alla Terra).

Possiamo considerare con buona approssimazione che la Luna segue un'orbita circolare attorno alla Terra, di raggio R_{TL}. Vedremo nel capitolo sul moto circolare che possiamo scrivere l'accelerazione di un tale moto come $a = v^2/R$, con v la velocità orbitale e R il raggio del cerchio. La velocità della Luna può essere calcolata conoscendo il suo periodo T:

$$v = \frac{2\pi R_{TL}}{T}$$

quindi otteniamo che l'accelerazione della Luna è

$$a = \frac{v^2}{R_{TL}} = \frac{4\pi^2 R_{TL}}{T^2}$$

Usando $R_{TL} = 60R_T = 382'680$ km, e $T = 27.3$ giorni, l'accelerazione della Luna è $a = 2.72 \cdot 10^{-3}$ m/s^2. Confrontando questo risultato con $g = 9.81$ m/s^2, si ottiene

$$\frac{g}{a} = \frac{9.81}{2.72 \cdot 10^{-3}} = 3607 \approx 60^2$$

I calcoli concordavano "con buona approssimazione", disse Newton[7].

L'ipotesi che la Terra e la Luna possano essere trattate come particelle puntiformi nel calcolo della forza agente sulla Luna è ragionevole, perché la Luna si trova ad una distanza dalla Terra grande rispetto ai raggi di entrambe. Questa ipotesi è certamente discutibile se la si applica per trovare la forza esercitata dalla Terra su un corpo posto in prossimità della sua superficie. Però, dopo uno sforzo considerevole Newton riuscì a dimostrare che la forza esercitata da un qualsiasi corpo con *simmetria sferica* su una particella situata sulla sua superficie o fuori di essa è la stessa che si avrebbe se tutta la massa del corpo fosse concentrata nel suo centro[8]. Usando $r = R_T$, il raggio della Terra nella legge di gravitazione universale, possiamo trovare la forza gravitazionale che agisce su un corpo di massa m vicino alla superficie della Terra. Questa forza è diretta verso il centro della Terra e ha il modulo

$$F = \frac{GM_T m}{R_T^2},$$

dove M_T è la massa della Terra. L'accelerazione di un corpo in caduta libera vicino alla superficie della Terra è quindi

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GM_T}{R_T^2}.$$

Poiché $g = 9,81$ m/s^2 si misura facilmente (per es. nel laboratorio di prima liceo!) e il raggio della Terra è noto, quest'ultima equazione può essere usata per determinare la costante G o la massa della Terra M_T, se si conosce una di queste grandezze. Newton stimò il valore di G partendo da una valutazione della massa della Terra. Quando Cavendish, circa 100 anni dopo, determino G misurando la forza di attrazione tra due piccole sfere di massa e distanza note, egli chiamo il suo esperimento "pesatura della Terra".

2.7.2 Forza gravitazionale e orbite

Visto che esiste una forza gravitazionale tra qualsiasi coppia di oggetti, Newton concluse che la gravità è anche la forza che mantiene la Luna in orbita attorno alla Terra.

[7] "Quindi confrontai la forza richiesta per tenere la Luna nella sua orbita con la forza di gravità sulla superficie della Terra, e trovai che esse coincidevano con buona approssimazione."

[8] Questa dimostrazione richiede l'uso del calcolo integrale, che Newton sviluppò per questo problema. Il calcolo integrale sarà studiato nel programma di FAM.

È anche la forza che mantiene i satelliti artificiali in orbita. Se la forza di gravità attrae due oggetti uno verso l'altro, perché i satelliti non cadono immediatamente sulla Terra? Perché la Luna non cade sulla Terra? Newton si pose (ovviamente) queste domande, e la risposta può sembrare sorprendente: tutti i satelliti e la Luna *stanno cadendo*, ma non compiono *solo* questo movimento di caduta verso la superficie della Terra.

Immaginate di lasciare cadere un oggetto (la mela di Newton per esempio) da una grande altezza sopra la superficie terrestre, come nella figura 2.31. Dopo che avete lasciato la mela, essa cade dritta giù (cammino A nella figura 2.31). Se però lanciate la mela orizzontalmente, essa copre una certa distanza rispetto alla superficie terreste prima di toccare il suolo (cammino B). Se lanciate la mela più forte, coprirà una distanza maggiore (cammino C). Se lanciate la mela alla velocità orizzontale giusta, la curvatura del cammino della mela corrisponderà esattamente alla curvatura della superficie terrestre (cammino E). Durante il suo moto (in tutti i casi, incluso l'orbita circolare del cammino E), possiamo dire che la mela compie due movimenti: uno di caduta verso la Terra, un altro moto orizzontale, tali che la somma dei due crea le traiettorie della figura 2.31. Nel cammino E, anche se la gravità terrestre fa cadere la mela, la superficie terrestre "si allontana sotto" la mela alla stessa velocità. Di conseguenza la mela non si avvicina alla superficie: la mela rimane in orbita circolare. Di fatto la mela nel caso E sta cadendo, non *verso* la Terra, ma piuttosto *attorno* alla Terra.

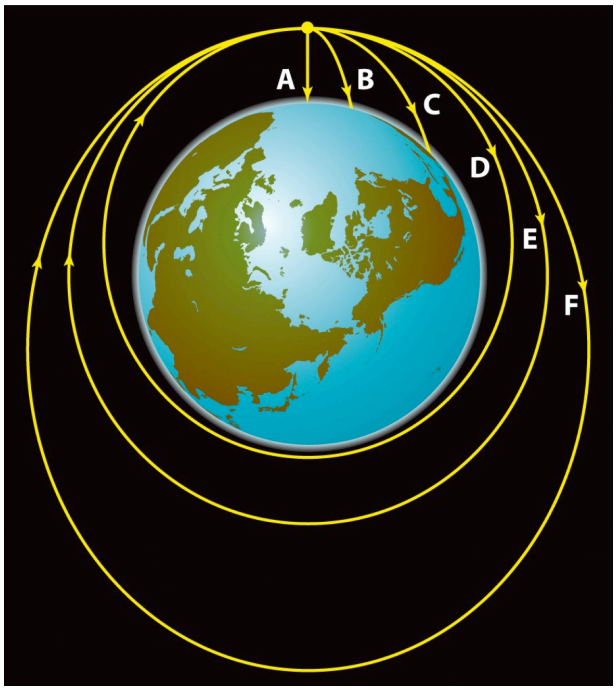


FIGURA 2.31— Se un oggetto viene lasciato cadere da una grande altezza sopra la superficie terrestre, esso cade dritto giù (A). Se l'oggetto viene lanciato con una velocità orizzontale, esso segue una traiettoria curva prima di toccare il suolo (B, C). Se lanciato con la velocità giusta (E), l'oggetto segue una traiettoria circolare. Se l'oggetto viene lanciato con una velocità leggermente minore (D) o leggermente maggiore (F) della velocità per l'orbita circolare, l'orbita è ellittica.

Una navetta spaziale viene messa in orbita nello stesso modo – lanciandola nello

spazio abbastanza veloce. La spinta dei motori della navetta serve ad accelerarla fino a raggiungere la necessaria velocità orbitale. Una volta in orbita, la navetta spegne i motori e essa cade in continuazione attorno alla Terra.

ATTENZIONE Un astronauta a bordo di una navetta in orbita (come nella figura 2.1) si sente "senza forza–peso". Tuttavia *non* accade perché si trova oltre l'attrazione gravitazionale della Terra. L'astronauta è egli stesso un satellite indipendente della Terra e l'attrazione gravitazionale della Terra è ciò che lo mantiene in orbita. Si sente "senza forza–peso" perché lui e la navetta stanno cadendo *insieme* attorno alla Terra. Vi sentite nello stesso modo quando state cadendo, per esempio quando saltate nella piscina da un trampolino o sulle giostre di caduta libera nei parchi divertimenti.

Se la mela della figura 2.31 fosse lanciata con una velocità leggermente minore di quella richiesta per l'orbita circolare (traiettoria E), la sua orbita sarebbe un'ellisse (traiettoria D). Il risultato è un'orbita ellittica anche se la mela viene lanciata un po' troppo velocemente (traiettoria F). In questo modo, le navette possono essere messe in qualsiasi orbita attorno alla Terra, aggiustando la spinta dei razzi.

Come la mela della figura 2.31 non cade sulla Terra se ha la velocità necessaria, la Luna non cade sulla Terra e i pianeti non cadono sul Sole. I pianeti acquisirono la loro velocità iniziale attorno al Sole quando il sistema solare si è formato 4.56 miliardi di anni fa, a partire del disco di polvere e gas in rotazione attorno al Sole. I pianeti si sono condensati a partire da questo materiale, composto per la maggior parte di gas idrogeno[9] La figura 2.31 mostra che l'orbita circolare è un caso molto speciale, quindi non è una sorpresa che le orbite dei pianeti non siano perfettamente circolari.

ATTENZIONE I satelliti in orbita cadono occasionalmente fuori dall'orbita circolare e si schiantano sulla Terra. Quando questo accade, il vero colpevole non è la gravità ma l'attrito dell'aria. Un satellite su un'orbita relativamente bassa vola in realtà nell'atmosfera esterna della Terra. Anche se l'aria è molto rarefatta, non è del tutto assente. L'attrito rallenta il satellite e cambia la sua orbita, da circolare come la E a ellittica come la D. Quando il satellite si abbassa a un altitudine più bassa, incontra ancora più attrito, rallenta e si abbassa ancora di più. Alla fine colpisce la Terra o brucia nell'atmosfera a causa dell'attrito. Al contrario, la Luna o i pianeti orbitano nel vuoto (quasi perfetto) interstellare. Pertanto non risentono di questo genere di resistenza dell'aria e le loro orbite durano molto più a lungo.

2.7.3 Gravitazione e le leggi di Kepler

Usando le sue tre leggi sul moto e la sua legge di gravitazione universale, Newton poté derivare le leggi di Kepler matematicamente. La prima legge di Kepler, che concerne la forma ellittica delle orbite planetarie, si dimostrò una diretta conseguenza del fattore $1/r^2$ nella legge di gravitazione universale. Se la natura della gravità nel nostro

[9] I più grossi pianeti del sistema solare (Giove, Saturno, Urano e Nettuno) sono giganti gassosi.

universo fosse stata diversa, in modo che questo fattore fosse stato dato da una funzione diversa come $1/r$ o $1/r^3$, orbite ellittiche non sarebbero state possibili. La legge delle aree uguali (seconda legge di Kepler) è una conseguenza del fatto che la forza gravitazionale del Sole su un pianeta è diretta dritto verso il Sole.

Newton dimostrò anche che la terza legge di Kepler segue logicamente dalla sua legge sulla gravitazione. Specificamente egli provò che se due oggetti hanno masse m_1 e m_2, il periodo P della loro orbita e il semiasse principale a dell'orbita (cioè la distanza media tra i due oggetti) sono legati da un'equazione che chiameremo **la versione di Newton della terza legge di Kepler:**

$$P^2 = \left[\frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)}\right] a^3$$

La versione di Newton della terza legge di Kepler è valida in qualsiasi momento due oggetti orbitino l'un attorno all'altro a causa della loro attrazione gravitazionale mutuale (figura 2.32). È inestimabile nello studio dei sistemi di stelle binarie, nei quali due stelle orbitino l'una attorno all'altra. Se il periodo orbitale P e il semiasse principale a delle due stelle del sistema binario sono conosciuti, gli astronomi possono usare questa formula per calcolare la somma $m_1 + m_2$ delle due stelle.

All'interno del nostro sistema solare la versione di Newton della terza legge di Kepler rende possibile il calcolo della massa dei pianeti. Misurando il periodo e il semiasse principale dei satelliti, gli astronomi possono stabilire la somma delle masse del pianeta e del satellite. Il satellite può essere una luna del pianeta o una sonda spaziale mandata in orbita attorno al pianeta. Le leggi di Newton si applicano a entrambi i casi. Vedi gli esercizi per un esempio di un tale calcolo.

Newton scoprì anche nuove caratteristiche delle orbite attorno al Sole. Per esempio, le sue equazioni l'hanno portato a concludere che l'orbita di un oggetto attorno al Sole non deve per forza essere un'ellisse. Può appartenere a una famiglia di curve chiamate **sezioni coniche.**

Una sezione conica è una curva che si ottiene tagliando un cono con un piano, come mostrato nella figura 2.33. Si può ottenere cerchi e ellissi tagliando un cono attraverso. Si può anche ottenere due tipi di curve aperte chiamate **parabole** e **iperboli**. Se lanciate l'oggetto della figura 2.31 abbastanza velocemente, esso seguirà una traiettoria parabolica o iperbolica e volerà nello spazio senza mai ritornare. Alcune comete che sfrecciano verso il Sole dalle profondità dello spazio seguono qualche volta traiettorie iperboliche.

2.7.4 Il trionfo della meccanica newtoniana

Le idee di Newton si rivelarono applicabili in una gamma molto vasta di situazioni. Usando le sue leggi sul moto, Newton stesso provò che l'asse di rotazione della Terra deve seguire una precessione dovuta all'attrazione gravitazionale della Luna e del Sole sul rigonfiamento equatoriale della Terra. Infatti tutti i dettagli delle orbite dei pianeti e dei loro satelliti possono essere spiegati matematicamente con conoscenze costruite sul lavoro di Newton (chiamate oggi **meccanica newtoniana**).

Non solo la meccanica newtoniana può spiegare una varietà di fenomeni conosciuti nel dettaglio, ma può anche predire nuovi fenomeni. Per esempio, uno degli amici di

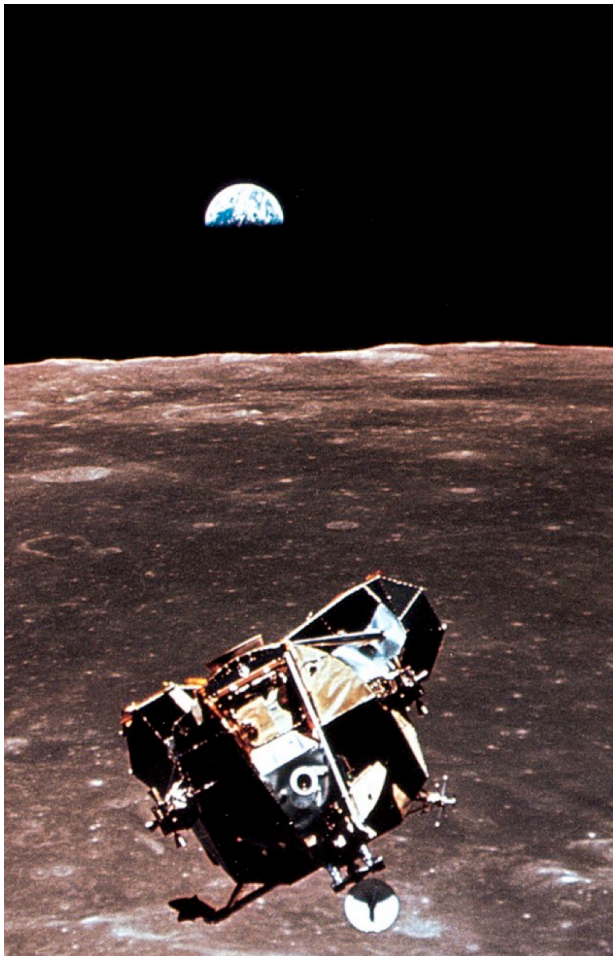


FIGURA 2.32— In orbita attorno alla Luna. Questa foto dalla navetta Columbia mostra il modulo lunare "Eagle" dopo il ritorno dal primo "atterraggio" lunare nel luglio 1969. La versione di Newton della terza legge di Kepler descrive l'orbita della sonda spaziale attorno alla Luna e anche l'orbita della Luna attorno alla Terra (visibile sullo sfondo). (Michael Collins, Apollo 11, NASA)

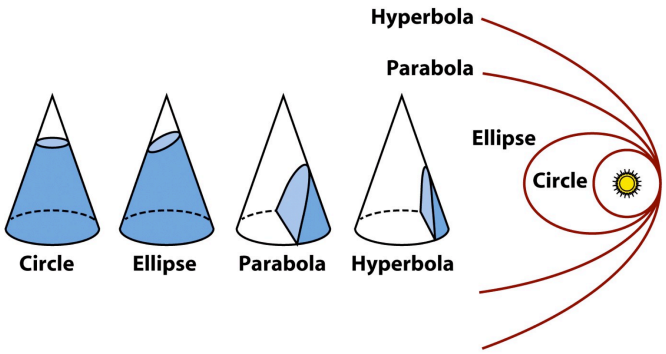


FIGURA 2.33— Una sezione conica è una curva della famiglia di curve che si ottiene tagliando un cono con un piano. L'orbita di un oggetto attorno ad un altro può essere una qualsiasi di queste curve: un cerchio, un'ellisse, una parabola o un'iperbole.

FIGURA 2.34— La cometa di Halley. Questa famosissima cometa orbita attorno al Sole con un periodo medio di 76 anni. Durante il ventesimo secolo, la cometa passò vicino al Sole nel 1910 e di nuovo nel 1986 (data della fotografia). Si vedrà di nuovo nel cielo nel 2061. (Harvard College Observatory/Photo Researchers, Inc.)

Newton, Edmund Halley, fu incuriosito da tre eventi storici simili di una cometa che era stata vista a intervalli di 76 anni. La matematica di Newton venne usata da Halley per il calcolo e la descrizione delle orbite e permise di rendersi conto che i tre eventi avevano un'orbita identica. L'intuizione di Halley fu quella di capire che quella era sempre la stessa cometa che si ripresentava ogni 76 anni e Halley predisse il suo ritorno nel 1758. Essa è stata vista per la prima volta la notte di natale del 1757, un monumento alla memoria del compleanno di Newton. Oggi questa cometa porta il nome di Halley (figura 2.34).

Un altro successo clamoroso delle idee di Newton fu il loro ruolo nella scoperta dell'ottavo pianeta dal Sole. Il settimo pianeta, Uranio, fu scoperto accidentalmente da William Herschel nel 1781 durante un osservazione di mappatura del cielo con il telescopio. Cinquant'anni dopo però divenne chiaro che Uranio non seguiva la sua orbita predetta. John Couch Adams in Inghilterra e Urbain Le Verrier in Francia indipendentemente calcolarono che l'attrazione gravitazionale di un pianeta più distante, ancora non scoperto, poteva spiegare le deviazioni di Uranio dalla sua orbita. Le Verrier predisse che il pianeta si trovasse in una certa posizione nella costellazione dell'Aquario. Una breve ricerca con il telescopio, il 23 settembre 1846, rivelò il pianeta Nettuno a un grado d'angolo dalla posizione predetta. Prima di essere visto al telescopio, Nettuno è stato predetto con carta e penna.

Per il successo che la meccanica newtoniana ha avuto nello spiegare e predire molti fenomeni importanti, essa è diventata una pietra angolare della scienza fisica moderna. Anche oggi, quando mandiamo astronauti in orbita terrestre e sonde spaziali verso i pianeti esterni, le equazioni di Newton sono usate per calcolare le loro orbite e traiettorie. La figura 2.35 riassume i modi in cui la gravità gioca un ruolo importante su diverse scale, dalle mele alle galassie.

Nel ventesimo secolo gli scienziati hanno scoperto che le leggi di Newton non si applicano a tutte le situazioni. Una nuova teoria chiamata *meccanica quantistica* è stata sviluppata per spiegare il comportamento della materia su scale molto piccole, come all'interno dell'atomo o all'interno del nucleo atomico. Albert Einstein sviluppò la sua *teoria della relatività* per spiegare che cosa succede a velocità molto alte, che si avvicinano alla velocità della luce e in luoghi dove le forze gravitazionali sono molto forti. Per tanti scopi in astronomia però, le leggi di Newton sono utili ancora oggi, come quando Newton le formulò più di tre secoli fa.

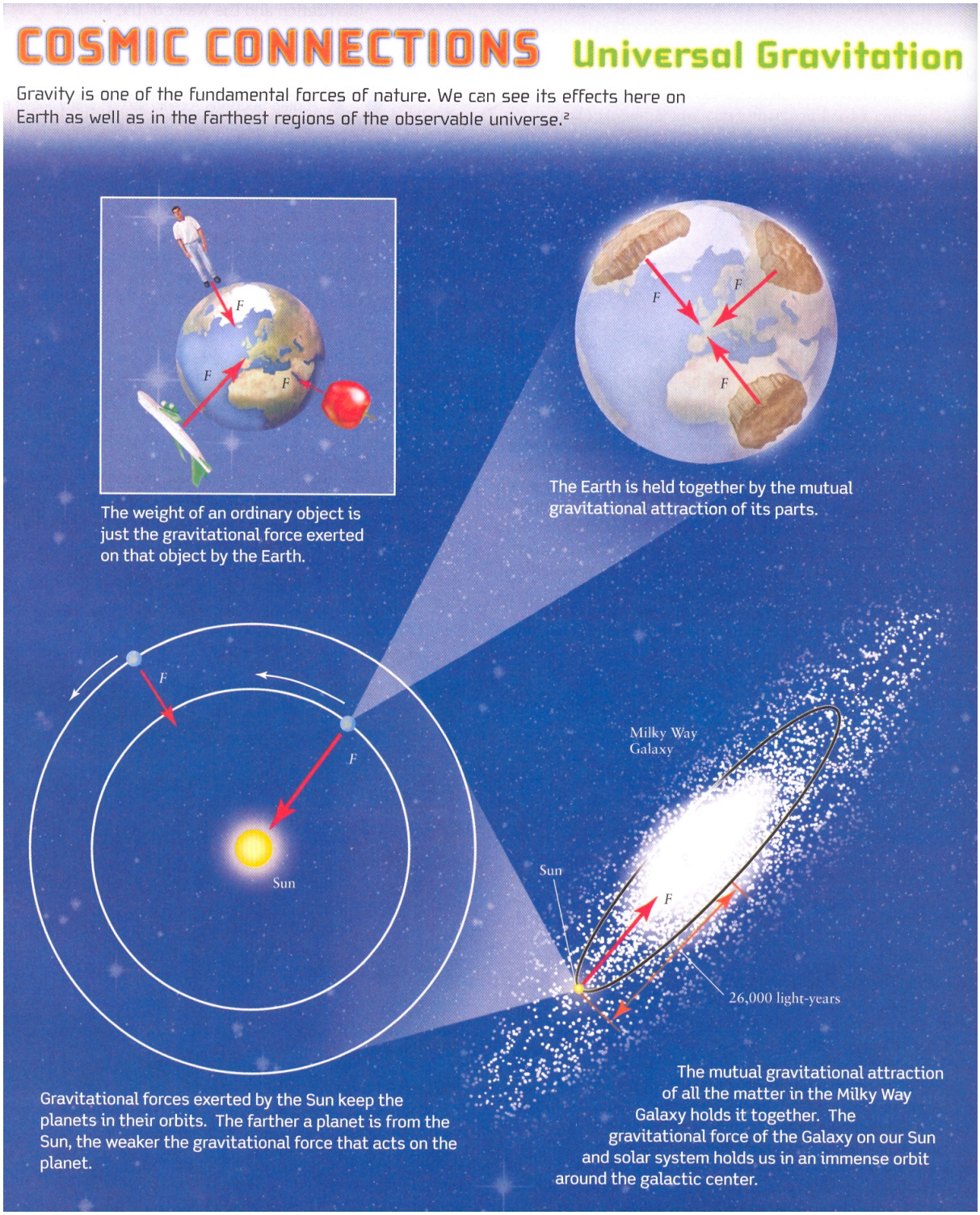


FIGURA 2.35— La gravità è una delle forze fondamentali della natura. Possiamo vedere i suoi effetti qui sulla Terra e anche nelle regioni più distanti dell'universo.

2.7.5 Domande di verifica

1. Che cosa dà credibilità alla scienza? Perché l'astrologia non è una scienza?

2. Come gli antichi greci spiegavano il fatto che il Sole e la Luna cambiassero lentamente la loro posizione rispetto alle stelle sullo sfondo?

3. In quale direzione si muove un pianeta rispetto alle stelle quando si sposta nel cielo in moto diretto? e in moto retrogrado? Come le precedenti risposte si relazionano con la direzione con la quale vediamo il Sole muoversi rispetto alle stelle?

4. (a) In quale direzione si muove un pianeta rispetto all'orizzonte nel corso della notte? (b) La risposta alla domanda (a) è la stessa se il pianeta è in moto diretto o retrogrado. Che cosa vi dice questo risultato riguardo la velocità di un pianeta sulla sfera celeste?

5. Perché i pianeti del sistema solare si trovano (quasi) tutti nello stesso piano (l'eclittica)?

6. Come i modelli di Aristarchus e Copernicus spiegano il moto retrogrado dei pianeti?

7. In quale configurazione (per esempio, congiunzione superiore, maggiore elongazione orientale, ecc) sarebbe meglio osservare Mercurio o Venere con un telescopio dalla Terra? E per osservare Marte, Saturno o Giove? Argomentate la vostra risposta.

8. Quale osservazioni fece Tycho Brahe per testare il modello eliocentrico? Con quale risultato? Spiegate perché gli astronomi moderni hanno dato risposte diverse.

9. Come si spiega il cambiamento giorno/notte nei modelli di Tolomeo e di Copernico? E come si spiega il fatto che la maggior parte delle stelle che si vedono d'estate o d'inverno non sono le stesse?

10. In quale punto della sua orbita ellittica un pianeta si muove più rapidamente? E più lentamente? Dove il raggio che collega il pianeta con il Sole copre un area il più velocemente?

11. Quali osservazioni di Galileo hanno rinforzato il modello eliocentrico? Perché queste osservazioni erano in contraddizione con il vecchio modello tolemaico? Perché nessuno aveva fatto queste osservazioni prima dell'epoca di Galileo?

12. Elencare esempi quotidiani delle tre leggi di Newton.

13. Perché i satelliti non cadono sulla Terra?

14. Se un astronauta della stazione spaziale internazionale (ISS) ha una massa di 80 kg, quanto vale la sua forza–peso in orbita attorno alla Terra? Perché si può "volare" nell'ISS?

15. Spiegare perché il semiasse maggiore dell'orbita di un pianeta è la media tra la distanza massima tra il Sole e il pianeta (il perielio) e la distanza minima tra il Sole e il pianeta (l'afelio).

16. Calcolare il periodo siderale di una cometa che ha come perielio 2 UA e come afelio 16 UA.

2.7.6 Esercizi

1. Calcolare la vostra forza-peso a partire della formula della legge di gravitazione universale, sapendo che il raggio terrestre è 6378 km. Perché la forza di gravità è diretta verso il centro della Terra (pensate alla simmetria sferica del nostro pianeta) ?

2. Vedremo nel capitolo sul moto circolare, che la forza che agisce su un oggetto di massa m in rotazione circolare è uguale a $F = mv^2/R$, con v la velocità e R il raggio del cerchio. Supponete che i pianeti si muovono su orbite circolari (un'approssimazione non così cattiva). A partire della terza legge di Kepler, dimostrate che la forza che agisce sui pianeti dipende dell'inverso del raggio al quadrato.

3. Conoscendo G, calcolare la massa del Sole (aiuto: usare la formula della forza indicata nell'esercizio precedente).

4. Si calcoli la massa della Terra usando i valori noti di G, g e R_{Terra}.

5. Due pianeti identici di massa M e raggio R sono posti a una distanza d l'uno dall'altro. Un corpo di massa m viene portato dalla superficie del pianeta di sinistra alla superficie del pianeta di destra, secondo la linea che congiunge i baricentri dei due pianeti. Stabilire il grafico della forza totale che agisce sull'oggetto di massa m durante il suo spostamento da sinistra a destra. Che cosa cambia se uno dei due pianeti ha una massa maggiore rispetto all'altro?

6. Calcolare la distanza del punto, tra la Terra e la Luna, dove l'attrazione gravitazionale della Terra compensa esattamente quella della Luna, sapendo che la distanza che separa la Terra dalla Luna è 380'000 km.

7. A che distanza sopra la superficie della Terra l'accelerazione di gravità vale la metà rispetto a quella sul livello del mare?

8. Qual è l'accelerazione in caduta libera di un corpo che si trovi 200 km sopra la superficie della Terra?

9. Usando la versione di Newton della terza legge di Kepler, calcolare la massa combinata del satellite Io+Giove sapendo che Io orbita attorno a Giove a una distanza

di 421'600 km con un periodo di 1.77 giorni. Cosa potete dire della massa di Giove in base a questo calcolo? La massa di Giove è quante volte la massa della Terra (massa della Terra = $6 \cdot 10^{24}$ kg)?

10. La figura 2.36 illustra l'orbita seguita dalla stella S2 attorno a un misterioso e inosservato oggetto chiamato Sagittario A*, che si ritiene il centro della nostra galassia, la Via Lattea. Il periodo di rivoluzione di S2 attorno a Sagittario A* è $T = 15.2$ anni e il semiasse maggiore dell'ellisse è $a = 5.5$ anni–luce. Qual è la massa M di Sagittario A*? Gli astronomi pensano che si tratti di un buco nero, perché?

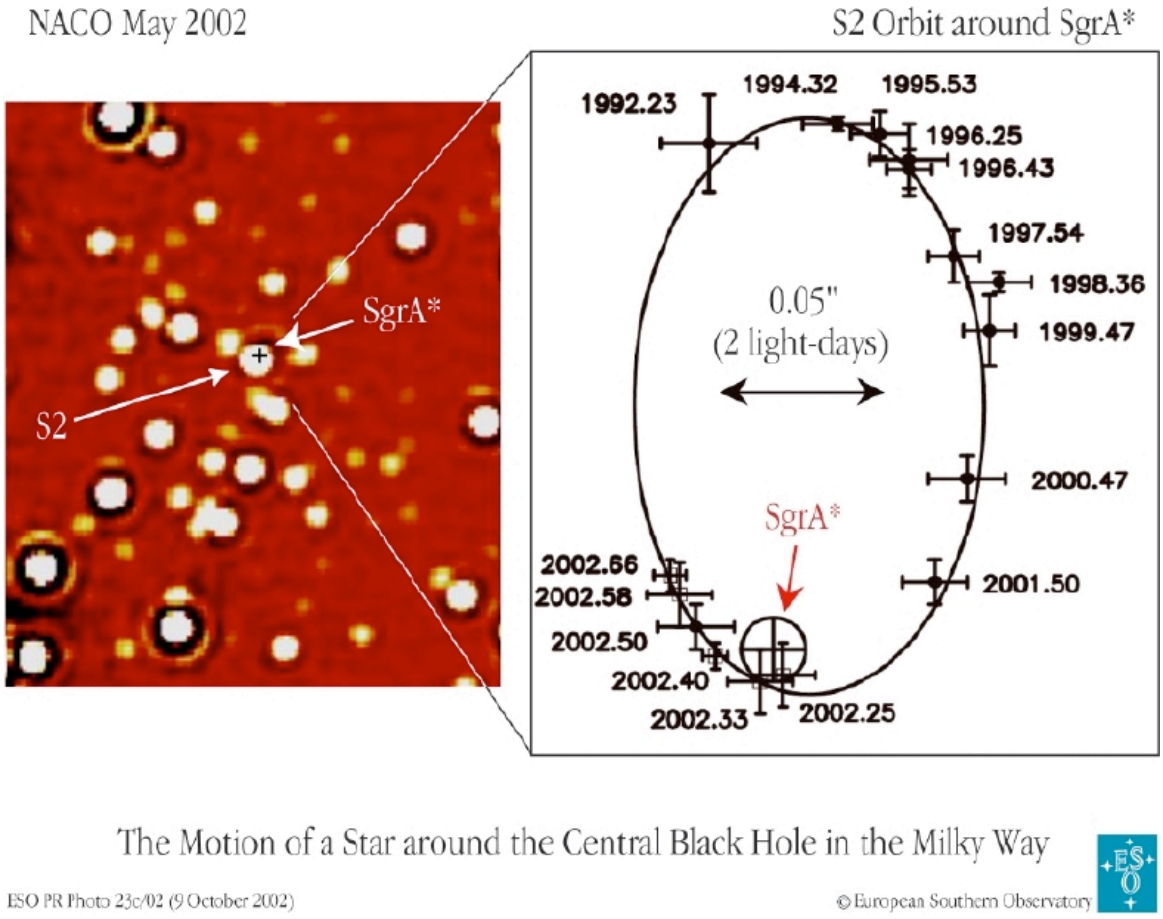


FIGURA 2.36— L'orbita seguita dalla stella S2 attorno a Sagittario A*. L'orbita ellittica appare più schiacciata della realtà perché noi la vediamo da una direzione inclinata rispetto al piano dell'orbita. Le date di osservazione sono indicate in anni e frazioni centesimali di anno. Le barrette incrociate evidenziano le incertezze sulla posizione misurata. L'incertezza sulla localizzazione di Sagittario A* è data dalla crocetta cerchiata.

11. La figura 2.37 rappresenta un insieme di cinque masse puntiformi, $m_1 = 80$ kg, $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2$ kg, con $a = 2$ cm e $\theta = 30°$. Qual è la forza di gravità totale esercitata su m_1 dalle altre masse e in che direzione si trova?

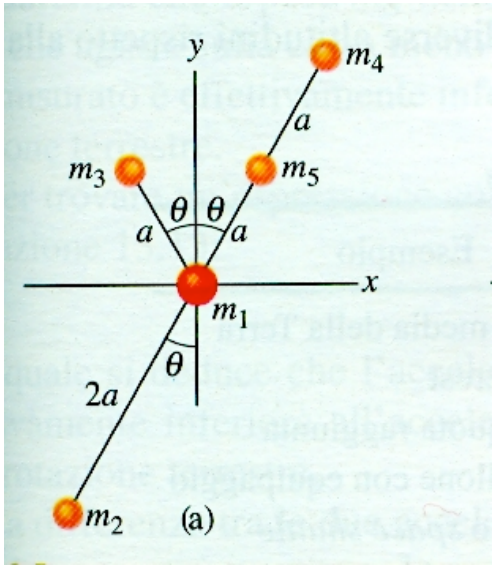


FIGURA 2.37— La disposizione di cinque masse puntiformi.