

Indice

1	Proprietà delle stelle	3
1.1	Quanto è distante una stella?	3
1.2	Quanto è luminosa una stella?	6
1.3	Quanto è calda una stella ?	11
1.4	Quanto è grande una stella ?	15
1.5	Quanto è massiccia una stella ?	19
1.6	Problemi	26
2	Atmosfere stellari	31
2.1	Equilibrio idrostatico	31
2.2	Classificazione spettrale	36
2.3	Classi di luminosità	42
2.4	Diagrammi Hertzsprung – Russell	45
2.5	Problemi	48
2.6	Soluzioni	50

Capitolo 1

Proprietà delle stelle

La parola "astronomia" deriva dal greco "astron" (stelle) e "nomos" (legge). Malgrado che oggi gli astronomi studiano un largo intervallo di oggetti, dai chicchi di polvere fino agli ammassi di galassie, lo studio delle stelle e delle leggi che guidano il loro comportamento gioca ancora un ruolo chiave in astronomia. Una stella è meglio definita come una palla luminoso di gas alimentata dalla fusione nucleare nei suoi interni. Questa definizione distingue le stelle da oggetti più piccoli come pianeti e nane brune, che sono troppo freddi all'interno per innescare la fusione nucleare. Distingue anche le stelle da residui stellari come nane bianche e stelle a neutroni, che erano stelle una volta ma che non possiedono più un reattore nucleare nei loro interni.¹

Non era apparente, nell'area pre-copernicana, che il Sole e le stelle nel cielo notturno erano sostanzialmente gli stessi oggetti. Considerate la Genesi 1:16 – "E Dio fece due grande luci: la maggiore per dominare il giorno e la minore per dominare la notte; fecce le stelle anche." Il Sole e la Luna da questo punto di vista sono entrambi "grande luci", brillanti e estese (circa 30 minuti d'arco). Le stelle sono mere ripensamenti, deboli e piccoli (molto meno di un minuto d'arco). Tuttavia una volta che gli astronomi si sono accorti delle immense distanze alle stelle oltre il Sole, si sono accorti che le stelle erano sfere luminose come il Sole. Il Sole appare molto più brillante che le altre stelle che vediamo semplicemente perché si trova molto più vicino alla Terra che le altre stelle.

1.1 Quanto è distante una stella?

Un problema ricorrente in astronomia è la misura delle distanze. Quando guardate il ciel notturno, non avete nessuna percezione della profondità. Nella figura 1.1 per esempio, non è subito chiaro che la macchia sfocata a sinistra è una galassia che si trova a due milioni di anni-luce da noi, mentre la macchia a destra è una cometa che si trova solo qualche minuti-luce da noi. Solo guardando il cielo ad occhio nudo vi dà poche informazioni sulla distanza degli oggetti astronomici. Ci sono alcune indicazioni – per esempio la Luna occulta le stelle, quindi le stelle devono trovarsi oltre la luna – ma misurare quantitative sono difficili. Gli astronomi hanno sviluppato molte metodi per stimare

¹Malgrado il loro nome, "stelle a neutroni" non sono fatte di gas e non sono alimentate dalla fusione; quindi non sono stelle basate sulla definizione che abbiamo scelto.



FIGURA 1.1— Da sinistra a destra - La galassia Andrometa, la cometa Hale-Bopp. [Credito: J.C. Casado (Astronomy Picture of the Day, 14 Marzo 1999)]

le distanze. All'interno del sistema solare la distanza tra pianeti può essere misurato in modo preciso con il radar. Una breve e potente emissione di onde radi è mandata verso un pianeta, usando l'antenna parabolica di un telescopio radio per collimare la radiazione. Dopo un temp δt , un eco radio è ricevuto: il tempo δt , che può essere misurato con grande precisione, è il tempo di andata e ritorno della radiazione. La distanza (andata solo) tra il telescopio radio e il pianeta è quindi $d = c\delta t/2$. Grazie alle misure radar, le distanze all'interno del sistema solare sono conosciute con una grande precisione. Per esempio la lunghezza dell'unità astronomica è conosciuta meglio di una parte in un miliardo ($1 \text{ UA} = 149'597'870.6 \text{ km}$). La tecnica radar per misurare le distanze è solo utile all'interno del sistema solare. Anche se aveste la pazienza di aspettare più di 8 anni per cacciare la riflessione radio mandato verso Proxima Centauri (la stella più vicina, oltre il Sole), la radiazione riflessa sarebbe troppo debole per essere misurata con la tecnologia odierna.

Lo strumento più utile dell'astronomo per misurare le distanze è la **parallasse stellare**. La parallasse stellare è stata la prima prova convincente del moto della Terra attorno al Sole (e non l'opposto). Il moto della Terra lungo la sua orbita attorno al Sole crea un moto apparente delle stelle vicine lungo una piccola ellisse. Il semi asse maggiore di quest'ellisse ha una dimensione angolare π'' , data dalla formula

$$\pi'' = \frac{206265}{d [\text{UA}]}, \quad (1.1)$$

dove π'' è misurato in secondi d'arco. Quindi se la parallasse π'' di una stella è sufficientemente grande per essere misurata con i strumenti a disposizione, la distanza d alla stella può essere calcolata:

$$d = \frac{206265 [\text{UA}]}{\pi'' [\text{arcsec}]}. \quad (1.2)$$

Visto che conosciamo molto bene la lunghezza dell'unità astronomica, la precisione con la quale conosciamo la distanza di stelle vicine è determinata dalla precisione con la quale possiamo misurare π'' . L'unità astronomica è un'unità troppo piccola per distanze astronomiche. Quindi gli astronomi usano piuttosto il **parsec** per misurare le distanze, dove

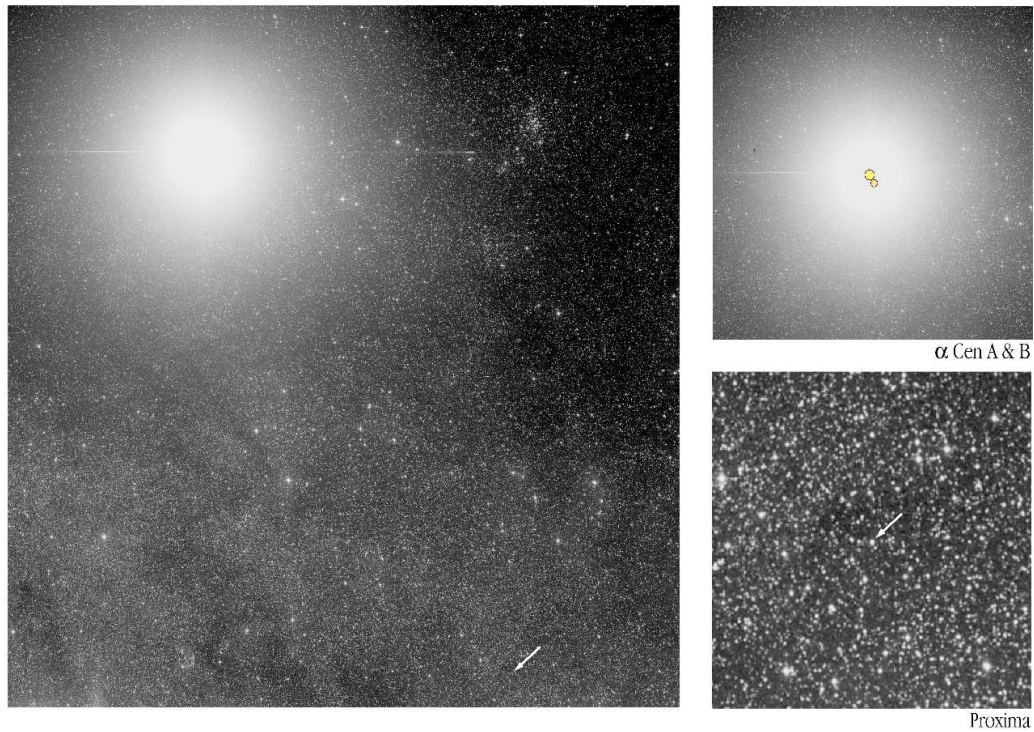


FIGURA 1.2— Il sistema Apha Centauri [Credito: ESO (Astronomy Picture of the Day, 23 Marzo 2003)]

$$d = \frac{1 \text{ parsec}}{\pi'' [\text{arcsec}]} \quad (1.3)$$

Quindi il parsec (abbreviato "pc") è la distanza alla quale una stella ha una parallasse π'' uguale ad uno secondo d'arco² In unità del S.I. $1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$.

L'angolo π'' , anche per le stelle più vicini al Sole, è meno di 1 secondo d'arco. Quando Friedrich Wilhelm Bessel misurò per primo una parallasse stellare nel 1863, trovò che la stella 61 Cygni ebbe $\pi'' = 0.3$ secondi d'arco: è la dimensione di una moneta di 20 centesimi come vista ad una distanza di 14 chilometri. Al momento le migliori misure di parallasse nelle lunghezze d'onda visibili sono quelle del satellite *Hipparcos*, che ha misurato π'' per oltre 100'000 stelle nella nostra galassia, con una precisione tipica di un milli arcosecondo (0.001 arcsec).

Le stelle più vicine al Sole sono le tre stelle del sistema Alpha Centauri (figura 1.2). La più vicina delle tre è Alpha Centauri C, anche conosciuta come **Proxima Centauri** dovuto alla sua prossimità. Dalle misure con *Hipparcos*, conosciamo la parallasse, e quindi la distanza, di ogni stella del sistema.

- Proxima:

$$- \pi'' = 0.7723 \pm 0.0024 \text{ arcsec}$$

²A causa di questa definizione, ci sono 206'265 unità astronomiche in un parsec, come ci sono 206'265 secondi d'arco in un radiante.

$$- d = 1 \text{ pc}/\pi'' = 1.295 \pm 0.004 \text{ pc} = 267'100 \pm 800 \text{ UA}$$

- Alpha Centauri A & B:

$$- \pi'' = 0.7421 \pm 0.0014 \text{ arcsec}$$

$$- d = 1 \text{ pc}/\pi'' = 1.348 \pm 0.003 \text{ pc} = 277'900 \pm 500 \text{ UA}$$

Alpha Centauri A & B formano una coppia strettamente legata, con una separazione media di $a = 24 \text{ UA}$ (leggermente di più che la distanza tra il Sole e Urano). Proxima Centauri invece, è $0.053 \text{ pc} = 10'800 \text{ UA}$ più vicino a noi che Alpha Centauri A & B. In più Proxima Centauri è separata da Alpha Centauri A & B da 7849 arcosecondi (più di 2 gradi) visto dalla Terra. Questa separazione angolare corrisponde a una distanza fisica di

$$D = \left(\frac{7849 \text{ arcsec}}{206'265 \text{ arcsec rad}^{-1}} \right) 267'100 \text{ UA} = 10'200 \text{ UA} \quad (1.4)$$

alla distanza di Proxima Centauri. Quindi la distanza tri-dimensionale tra Proxima Centauri e la coppia Alpha Centauri A & B è

$$D = \left[(10'800 \text{ UA})^2 + (10'200 \text{ UA})^2 \right]^{1/2} = 14'900 \text{ UA} \quad (1.5)$$

Questa separazione è così grande che alcuni astronomi hanno messo in dubbio che Proxima Centauri sia veramente legata alle altre due stelle; forse sta solo passando nei dintorni.

Anche con le misure precise fornite da *Hipparcos*, le parallassi stellari sono utili solo per le stelle entro 200 parsec da noi. È meno di 3% della distanza tra noi e il centro galattico. *Hipparcos* ha misurato la parallasse di $\sim 42'000$ stelle con un'incertezza di meno di 20% : rispetto alle 200 miliardi di stelle della nostra galassia, il numero di distanze misurate con la parallasse è piccolo. La sonda spaziale *Gaia* dell'ESA misurerà la distanza di 1 miliardo di stelle nella Via Lattea, migliorando notevolmente la nostra conoscenza della struttura della nostra galassia. Per la stragrande maggioranza delle stelle nella nostra galassia, dobbiamo sviluppare altre tecniche che la parallasse stellare per ricavare la loro distanza.

1.2 Quanto è luminosa una stella?

Nel linguaggio comune, la parola "luminosità" è spesso usata liberamente. In astronomia, è utile distinguere tra **luminosità intrinseca** e **luminosità apparente**. La luminosità intrinseca di una stella è la misura della quantità di luce che la stella emette in un certo intervallo di tempo. La luminosità apparente di una stella è la misura di quanto luce entra nel nostro occhio (o nel telescopio) in un certo intervallo di tempo. La luminosità apparente di una stella, o di qualsiasi oggetto luminoso, dipende da entrambi la sua luminosità intrinseca e la sua distanza; più distante si trova la stella, minore sarà la sua luminosità apparente.

La **luminosità intrinseca** di una stella (anche chiamata semplicemente **luminosità** (scritta con la lettera L). La luminosità delle stella è il tasso al quale emette energia sotto forma di radiazione elettromagnetica. La luminosità è di solito misurata in watts (abbreviata 'W'). Per esempio, il Sole ha una luminosità di

$$L_{\odot} = 3.86 \times 10^{26} \text{ W}. \quad (1.6)$$

Questa luminosità include tutta la radiazione elettromagnetica emessa dal Sole, dalle onde radio fino ai raggi gamma. È anche una media temporale, dato che la luminosità del Sole varia leggermente: circa 0.1% di variazione nel corso di un ciclo solare di 11 anni.

La **luminosità apparente** di una stella è chiamata **flusso** (scritta con la lettera f). Il flusso di una stella è il tasso per unità di superficie al quale la sua energia colpisce una superficie mantenuta perpendicolare ai raggi della stella. Il flusso è comunemente misurato in watt per metro quadrato. La luce emesse dalle stelle è solitamente isotropico; cioè la stessa in tutte le direzioni. Considerate una sfera trasparente di raggio d centrata su una stella di luminosità L . Il flusso di energia luminosa attraverso questa sfera è la luminosità della stella divisa la superficie della sfera:

$$f = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (1.7)$$

Il flusso osservato di una stella diminuisce come l'inverso quadrato della sua distanza d . Per esempio, il flusso del Sole alla posizione della Terra è

$$f = \frac{L}{4\pi(1 \text{ UA})^2} = \frac{3.86 \times 10^{26} \text{ W}}{4\pi(1.496 \times 10^{11} \text{ m})^2} = 1370 \text{ Wm}^{-2} \quad (1.8)$$

La luce solare è una potente sorgente di energia sulla Terra; sfortunatamente, ci sono problemi alcuni problemi, come per esempio il fatto che l'atmosfera non sia trasparente (il flusso solare in superficie della Terra è circa 1370 Wm^{-2}), le nuvole sono frequenti e imprevedibili e la metà della Terra sta nell'ombra ad ogni istante. Fortunatamente i pannelli solar fotovoltaici sono ora più efficienti a convertire l'energia solare in elettricità (20%) e costano meno, al punto che l'energia elettrica di origine solare ha raggiunto lo stesso costo che l'elettricità elettrica sulla rete (grid parity).

Nell'equazione 1.8 abbiamo calcolato il flusso solare, dato la sua luminosità e la sua distanza. Praticamente gli astronomi più spesso lavorano nella direzione opposta: dopo aver misurato il flusso e la distanza della stella, calcolano la sua luminosità. Considerate per esempio la stella Sirius, anche conosciuta come Alpha Canis Majoris, la stella apparentemente più brillante del nostro cielo. Dall'emisfero nord terrestre, possiamo vedere Sirius nell'inverno vicino alla costellazione di Orione (figura 1.3). Il flusso di Sirius è

$$f_S = 1.2 \times 10^{-7} \text{ Wm}^{-2} \quad (1.9)$$

Per raccogliere 1370 watt di luce solare, avete bisogno di 1 metro quadrato; per intercettare 1370 watt di luce di Sirius, avreste bisogno di una superficie di circa $15'000 \text{ km}^2$. La distanza di Sirius, calcolata con la sua parallasse, è

$$d_S = 2.637 \text{ pc} = 8.14 \times 10^{16} \text{ m} \quad (1.10)$$

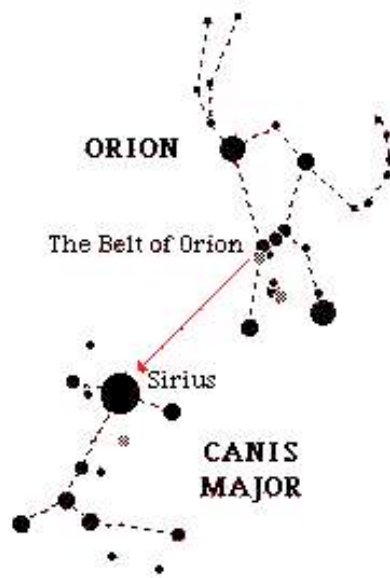


FIGURA 1.3— Sirius (Alpha Canis Majoris) e amici [Credito: ESO (Astronomy Picture of the Day, 23 Marzo 2003)]

Possiamo quindi calcolare la luminosità di Sirius:

$$L_S = 4\pi d_S^2 f_S = 1.0 \times 10^{28} \text{ W} = 26 L_\odot \quad (1.11)$$

Questo ci dice che non tutte le stelle hanno la stessa luminosità.

Misurare il flusso completo di una stella, integrato su tutte le lunghezze d'onda è un compito difficile. La storia della misurazione del flusso stellare iniziò probabilmente quando un uomo preistorico guardò Sirius e disse l'equivalente preistorico di "Caspita, questa sì che è una stella brillante!". Come misurazione del flusso, questo ha due vantaggi. Primo l'occhio umano è solo sensibile alla luce visibile nell'intervallo $400 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$ (equivalente all'intervallo da 4000 a 7000 Angstrom). Secondo l'esclamazione "Caspita, questa sì che è una stella brillante!" non è quantitativa.

Il primo tentativo di quantificare il flusso stellare nelle lunghezze d'onda visibile fu opera dell'astronomo greco Ipparco nel secondo secolo aC. Dopo aver notato che la luminosità apparente delle stelle era diversa, decise di classificarle in sei categorie. Le stelle con il maggior flusso erano stelle di prima magnitudine. Le prossime stelle con il maggior flusso erano stelle di seconda magnitudine e così via fino alla sesta magnitudine, che sono le più deboli visibili all'occhio nudo. Dopo l'invenzione del telescopio lo schema di **magnitudine apparente** di Ipparco fu esteso a stelle più deboli (7^a magnitudine, 8^a magnitudine, ecc). Un telescopio amatoriale di 15 cm in un posto buio può raggiungere fino alla 13^a magnitudine. Il limite del cielo "nero" sulla Terra (dovuto all'atmosfera) è attorno alla 23^a magnitudine, mentre il telescopio spaziale Hubble, per le osservazioni del Hubble Ultra Deep Field ha raggiunto la 30^a magnitudine.

Miglioramenti nelle misure del flusso hanno portato all'introduzione di magnitudini frazionali; fotometria precisa può misurare il flusso di una stella con una precisione di 0.01 magnitudine.

Il sistema di magnitudine apparenti è stato formalizzato matematicamente nel 19° secolo, quando gli astronomi si sono resi conto che una differenza di 5 magnitudine rappresenta un fattore moltiplicativo di 100 in flusso. Per illustrarlo, consideriamo due stelle: la stella 1 ha una magnitudine apparente m_1 e la stella 2 ha una magnitudine apparente m_2 . Se $m_2 - m_1 = 5$, diciamo che la stella 1 è 5 magnitudine più brillante che la stella 2.³ Con $m_2 - m_1 = 5$, il rapporto di flusso tra le due stelle è

$$\frac{f_1}{f_2} = 100. \quad (1.12)$$

Se $m_2 - m_1 = 1$ (cioè se la stella 1 è solo 1 magnitudine più brillante che la stella 2), il rapporto dei flussi è

$$\frac{f_1}{f_2} = 100^{1/5} = 10^{0.4} \simeq 2.512. \quad (1.13)$$

In genere, la relazione tra apparente magnitudine e flusso è

$$\frac{f_1}{f_2} = 100^{(m_2 - m_1)/5} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}, \quad (1.14)$$

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log(f_1/f_2) \quad (1.15)$$

dove "log" rappresenta il logaritmo in base 10.

La magnitudine apparente m può quindi essere interpretata come una misura logaritmica del flusso, con

$$m = C - 2.5 \log f. \quad (1.16)$$

La costante C è stata scelta storicamente tale che la stella Vega, nella costellazione della Lyra, abbia una magnitudine apparente esattamente zero.⁴ Quindi $C = 2.5 \log f_{\text{Vega}}$. Sotto troverete la magnitudine di altre stelle, prendendo in conto solo il flusso nelle lunghezze d'onda visibile.

Sirius	$m = -1.5$
Alpha Centauri A	$m = 0.0$
Alpha Centauri B	$m = 1.4$
Proxima Centauri	$m = 10.7$
Sole	$m = -26.75$

³Notate che il sistema delle magnitudini è alla rovescia, nel senso che *piccoli* valori di m corrispondono a *grandi* valori del flusso

⁴Perché Vega? È una stella apparentemente molto brillante, il che rende la misura del flusso più facile. Non ha un compagno binario che potrebbe contaminare la luce. In fine la sua luminosità non varia in modo significativo.

Questo ci insegna che riceviamo lo stesso flusso in luce visibile da Alpha Centauri A che da Vega. Tuttavia il flusso da Vega è maggiore del flusso di Proxima Centauri da un fattore

$$\frac{f_{\text{Vega}}}{f_{\text{Prox}}} = 10^{0.4(10.7-0.0)} \simeq 19'000 \quad (1.17)$$

Dato che il flusso di una stella dipende da entrambi della sua luminosità e della sua distanza, di conseguenza anche la magnitudine apparente di una stella dipenderà dalla luminosità e distanza. Se vogliamo una misura logaritmica di solo la luminosità, usiamo la **magnitudine assoluta** di una stella, scritta con la lettera M . La magnitudine assoluta M di una stella è definita come la magnitudine apparente che avrebbe se fosse ad una distanza di $d = 10$ pc.⁵ Dato che la magnitudine apparente di una stella è

$$m = C - 2.5 \log f \quad (1.18)$$

$$= C - 2.5 \log L + 2.5 \log(4\pi) + 5 \log d \quad (1.19)$$

la magnitudine assoluta della stella è

$$M = C - 2.5 \log L + 2.5 \log(4\pi) + 5 \log(10 \text{ pc}) \quad (1.20)$$

$$= C - 2.5 \log L + 2.5 \log(4\pi) + 5 \quad (1.21)$$

Se misuriamo la magnitudine apparente di una stella (paragonando il suo flusso a quello di Vega o a un'altra stella standard) e poi misuriamo la sua distanza (con la parallasse), la magnitudine assoluta può essere calcolata:

$$M = m - 5 \log d + 5, \quad (1.22)$$

dove d è misurata in parsec, o

$$M = m - 5 \log(d/10 \text{ pc}), \quad (1.23)$$

Per esempio, consideriamo Proxima Centauri. Nel capitolo 1.1 abbiamo trovato che la distanza tra la Terra e Proxima Centauri sia $d = 1.295$; la sua magnitudine apparente nel visibile è $m = 10.7$. La magnitudine assoluta di Proxima Centauri è quindi

$$M = 10.7 - 5 \log(1.295/10) = 15.1. \quad (1.24)$$

Se Proxima Centauri fosse distante 10 parsec da noi, sarebbe più lontana di quello che è veramente, e quindi avrebbe un flusso minore.

La differenza tra la magnitudine apparente m e la magnitudine assoluta M di una stella è conosciuta come il **modulo di distanza**. Dall'equazione 1.23 il modulo di distanza è

⁵Perché 10 pc? Quando la magnitudine assoluta fu definita per la prima volta all'inizio del ventesimo secolo, le uniche stelle per cui la distanza era conosciuta con precisione erano quelle entro 10 pc dal Sole (e quindi con parallasse di più di 0.1 arcsec).

$$m - M = 5 \log(d/10 \text{ pc}). \quad (1.25)$$

Quindi il modulo di distanza è una misura logaritmica della distanza di una stella. Se sentite un astronomo dire "Questa stella ha un modulo di distanza di 10", saprete che la stella in questione si trova a una distanza di 100 parsec. Guardiamo alcuni esempi:

Nome della stella	m	M	$m - M$
Sirius	-1.5	1.4	-2.9
Alpha Centauri A	0.0	4.4	-4.4
Alpha Centauri B	1.4	5.8	-4.4
Proxima Centauri	10.7	15.1	-4.4
Sole	-26.75	4.83	-31.58

Notate le grandi variazioni nella magnitudine assoluta di queste stelle. La stella più luminosa (Sirius) è 13.7 magnitudine più brillante che la meno luminosa. Ciò corrisponde a un fattore $10^{0.4 \times 13.7} \simeq 300'000$ in luminosità.

1.3 Quanto è calda una stella ?

Le stelle non sono monocromatiche; emettono luce in un largo intervallo di lunghezze d'onda. Sia f_λ il flusso differenziale di una stella, definito in modo che $f_\lambda d\lambda$ sia il flusso nelle lunghezze d'onda nell'intervallo $\lambda \rightarrow \lambda + d\lambda$. La figura 1.4 mostra il flusso differenziale della stella Vega nelle lunghezze d'onda visibile e infrarosso. Lo spettro di Vega, come la maggior parte degli spettri stellari, consiste in un continuo (approssimativamente corpo nero) con righe di assorbimento sovrimposte. Dato che i nostri occhi sono sensibili solo alla radiazione tra 4000 angstrom e 7000 angstrom, possono dare un'impressione fuorviante del flusso totale della stella⁶.

Il flusso totale di una stella,

$$f = \int_0^\infty f_\lambda d\lambda, \quad (1.26)$$

è anche conosciuto come **flusso bolometrico**. Un bolometro è un termometro molto sensibile che assorbe tutti i fotoni che lo colpiscono; fu inventato da Samuel Langley nel 19° secolo, che tentava di misurare il flusso totale del Sole. Sfortunatamente misurare il flusso bolometrico di stelle deboli è molto difficile. Prima perché l'atmosfera terrestre è opaca a molte lunghezze d'onda, richiedendo di posizionare i sensori in orbita.

Se riuscite a misurare il flusso bolometrico f_{bol} di una stella, la magnitudine bolometrica apparente della stella è

$$m_{\text{bol}} = C_{\text{bol}} - 2.5 \log f_{\text{bol}} \quad (1.27)$$

Dovuto alla difficoltà di misurare il flusso bolometrico, c'è stato un lungo dibattito sul valore appropriato per la costante C_{bol} . Finalmente nel 1997 la commissione 25

⁶Le api sono sensibili alla luce tra 3000 e 5500 angstrom; quindi le api interessate all'astronomia non sarebbero d'accordo con noi per decidere quelle stelle sono più brillanti nelle lunghezze d'onda "visibili".

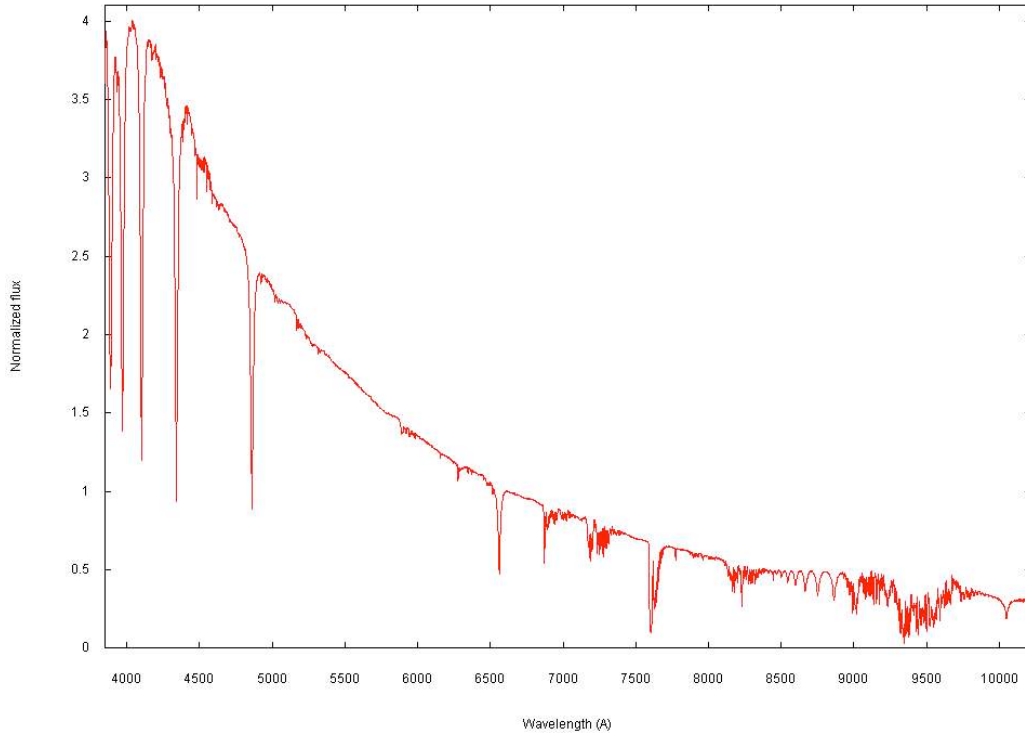


FIGURA 1.4— Spettro stellare (flusso per unità di lunghezza d’onda) della stella Vega. Le unità del flusso sono arbitrarie.

dell’International Astronomical Union (che si occupa di fotometria stellare) richiese che tutti usassero una scala in cui la magnitudine assoluta bolometrica del Sole fosse $M_{\text{bol},\odot} = 4.74$. Il Sole piuttosto che Vega fu selezionato per la normalizzazione della scala della magnitudine bolometrica perché il Sole è l’unica stella per cui il flusso bolometrico è stato misurato con estrema precisione. Con la normalizzazione dell’IAU la relazione tra magnitudine assoluta bolometrica e luminosità è

$$M_{\text{bol}} = 4.74 - 2.5 \log (L/L_{\odot}), \quad (1.28)$$

$$L/L_{\odot} = 10^{0.4(4.74 - M_{\text{bol}})}. \quad (1.29)$$

Dato le difficoltà a misurare flussi bolometrici, gli astronomi di solito si accontentano con le misure del flusso in un intervallo limitato di lunghezza d’onda. Viene fatto con l’aiuto di un filtro colorato piazzato nel cammino della luce nel telescopio, che quindi elimina le lunghezze d’onda non desiderate. Molti filtri sono usati. Uno dei più popolari è il **sistema di Johnson**, inventato da Harold Johnson e i suoi collaboratori negli anni 50. Ci sono cinque principali filtri nel sistema di Johnson: *U* (ultravioletto), *B* (blu), *V* (visibile), *R* (rosso) e *I* (infrarosso). La sensibilità spettrale $S(\lambda)$ dei cinque filtri di base Johnson è mostrato nella figura 1.5. La sensibilità spettrale fornisce la frazione di luce alla lunghezza λ che può passare attraverso il filtro. I filtri Johnson sono selezionati per

sottolineare diverse parti dello spettro. Il filtro *V* in particolare approssima quello che i nostri occhi vedono (anche se il filtro *V* ha una larghezza minore dell'occhio umano).⁷

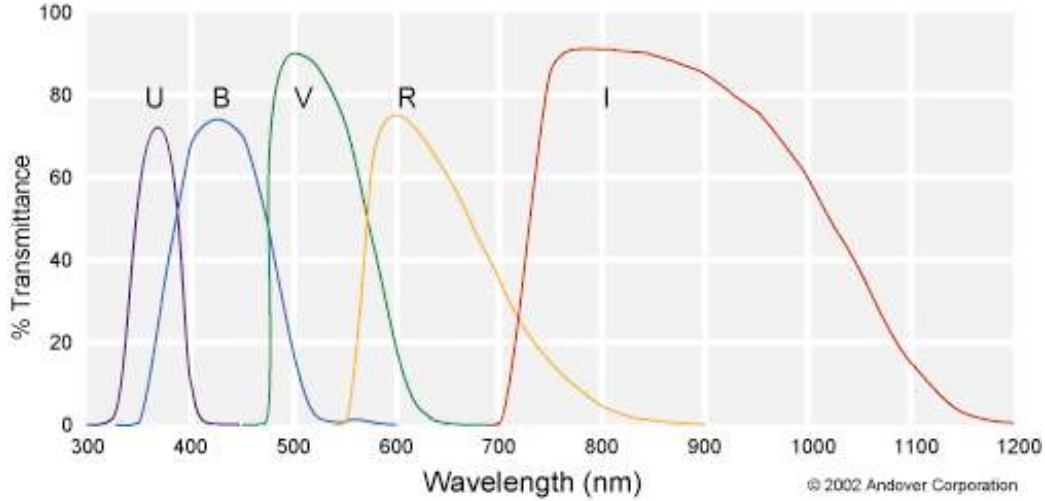


FIGURA 1.5— Sensibilità spettrale $S(\lambda)$ dei filtri del sistema Johnson (credito: Andover Corporation)

Il flusso di luce stellare vista attraverso un filtro dipende da entrambi il flusso differenziale f_λ della stella e la sensibilità $S(\lambda)$ del filtro. Per esempio il flusso stellare attraverso il filtro Johnson *V* sarebbe

$$f_V = \int_0^\infty f_\lambda S_V(\lambda) d\lambda, \quad (1.30)$$

dove f_λ è il flusso stellare e $S_V(\lambda)$ è la sensibilità spettrale del filtro *V*, come mostrato nella figura 1.5. La magnitudine apparente della stella nella banda *V* è quindi

$$m_V = C_V - 2.5 \log f_V, \quad (1.31)$$

dove C_V è scelto per far sì che la magnitudine apparente di Vega sia zero. In modo analogo, la magnitudine apparente nella banda *U* è

$$m_U = C_U - 2.5 \log f_U, \quad (1.32)$$

la magnitudine apparente nella banda *B* è

$$m_B = C_B - 2.5 \log f_B, \quad (1.33)$$

e così via per tutti i altri filtri. La costante C , per ciascun filtro, è scelta per avere la magnitudine apparente di Vega uguale a zero.

La fotometria multicolore (cioè la misura del flusso stellare attraverso multipli filtri) è utile per due motivi principali:

⁷I filtri Johnson sono popolari in parte perché sono costruiti da un vetro colorato economico, direttamente disponibile dalla Schott Glaswerke, una ditta specializzata nella colorazione organica del vetro.

- Più filtri usate, più preciso è la ricostruzione dello spettro di una stella e del flusso bolometrico.
- La fotometria multicolore fornisce informazione sul colore, e quindi sulla **temperatura** di una stella.

L'indice di colore di una stella è la differenza di magnitudine apparente attraverso due diversi filtri. Per esempio una indice di colore popolare è

$$B - V = m_B - m_V \quad (1.34)$$

Altri indici di colore frequenti sono $U - B = m_U - m_B$ e $V - R = m_V - m_R$.⁸ Gli indici di colori sono utili perché dipendono dalla temperatura della fotosfera della stella (comunemente chiamata "temperatura di superficie", anche se le stelle non hanno veramente una superficie ben definita). Per definizione la stella Vega ha $B - V = 0$. La temperatura di superficie di Vega è $T \simeq 10'000$ K. Se una stella ha $T > 10'000$ K, sarà più blu che Vega (il suo flusso B sarà aumentato rispetto al suo flusso V) e quindi avrà $B - V < 0$. Al contrario se una stella ha $T < 10'000$ K, sarà più rossa che Vega (il suo flusso V sarà aumentato rispetto al suo flusso B e quindi avrà $B - V > 0$). La relazione tra la temperatura di superficie T e l'indice di colore $B - V$ può essere calcolato per un corpo nero. Tuttavia, visto che le stelle non sono perfettamente corpi neri, è più utile usare la relazione empirica

$$T = \frac{8540\text{K}}{(B - V) + 0.865} \quad (1.35)$$

che si applica alle stelle con temperature di superficie tra 4000 K e 10'000 K. La morale è che misurare l'indice di colore $B - V$ fornisce un modo economico e rapido per stimare la temperatura di superficie della stella. È di solito molto più semplice che misurare lo spettro completo della stella e aggiustare la temperatura del corpo nero.

Poiché flussi bolometrici sono così difficili da misurare, di solito gli astronomi misurano la magnitudine apparente nella banda V e poi aggiungono una **correzione bolometrica**:

$$BC = m_{\text{bol}} - m_V = M_{\text{bol}} - M_V. \quad (1.36)$$

Per esempio il Sole ha $M_{\text{bol}} = 4.74$ e $M_V = -4.83$, quindi la sua correzione bolometrica è $BC = 4.74 - 4.83 = -0.09$. La correzione bolometrica è minima per le stelle con $T \simeq 6700$ K, visto che queste stelle hanno il loro massimo dell'emissione nella banda V ; per queste stelle, stimare il flusso bolometrico a partire dal flusso V fornisce un risultato attendibile. Per stelle più calde, la maggiore parte dell'energia esce a lunghezze d'onda più corte; per stelle più fredde, la maggiore parte dell'energia esce a lunghezze d'onda più lunga. La correzione bolometrica può essere calcolata usando modelli di atmosfere stellari e calcolando la frazione del flusso totale che è emesso nella banda V .

⁸La convenzione universale vuole che gli indici di colore siano $m(\text{lunghezza d'onda più corta}) - m(\text{lunghezza d'onda più lunga})$.

Praticamente la correzione bolometrica si trova nei libri, perché qualcuno ha già fatto il lavoro sporco per voi.

Per riassumere come funzionano le magnitudine, indici di colore e correzione bolometrica, facciamo un esempio. La stella Epsilon Eridani ha $m_V = 3.73$ e $m_B = 4.61$; è visibile ad occhio nudo ma non è particolarmente brillante. Il suo indice di colore è $B - V = 4.61 - 3.73 = 0.88$ (più rosso di Vega). La relazione empirica (equazione ??) ci dice che la sua temperatura di superficie è $T = 8540K / (0.88 + 0.865) = 4900K$ (più fredda di Vega). La correzione bolometrica per stelle normali di questa temperatura è $BC = -0.4$. La magnitudine apparente bolometrica di Epsilon Eridani è $m_{bol} = 3.73 - 0.4 = 3.33$. La distanza di Epsilon Eridani (trovata con la parallasse) è $d = 3.218$ pc, quindi la magnitudine assoluta è

$$M_{bol} = m_{bol} - 5 \log(d/10 \text{ pc}) = 5.80 \quad (1.37)$$

e la sua luminosità è

$$L/L_{\odot} = 10^{0.4(4.74 - M_{bol})} = 10^{-0.424} = 0.38 \quad (1.38)$$

Quindi misurare il flusso di una stella attraverso 2 filtri e misurare la sua parallasse è sufficiente per calcolare la sua temperatura di superficie e la sua luminosità.

Attenzione: si è fatta la supposizione che lo spazio tra la stella e il telescopio si completamente trasparente. Nell'universo reale, dobbiamo tener conto degli effetti dell'**estinzione**. L'**estinzione atmosferica**, dovuto all'atmosfera terrestre, provoca circa una diminuzione di 0.2 magnitudine quando il telescopio è puntato verticalmente allo zenith. Sia Z l'angolo tra la direzione dello zenith e la direzione nella quale il telescopio sta puntando: $Z = 0^\circ$ è quando il telescopio è verticale, $Z = 90^\circ$ è quando il telescopio è orizzontale e punta sull'orizzonte. Quando $Z < 60^\circ$ un'approssimazione utile della quantità di oscuramento è

$$m_V(\text{sopra l'atmosfera}) = m_V(\text{osservata}) - 0.2 \sec Z. \quad (1.39)$$

Se $Z > 60^\circ$ dovreste ripensare due volte se vale veramente la pena di fare osservazioni così vicino all'orizzonte. Quando cercate la magnitudine apparente di una stella in un lavoro di referenza, sarà già stata corretta dall'estinzione atmosferica. **Estinzione interstellare** dovuta alla diffusione sulla polvere interstellare può essere significativo, particolarmente nel disco della nostra galassia, dove si trova la maggior parte della polvere. Discuteremo della polvere interstellare in dettagli in un altro capitolo, che tratta del mezzo interstellare.

1.4 Quanto è grande una stella ?

Se si conosce la distanza d di una stella, e il suo diametro angolare α , allora il suo raggio r può essere calcolato con un semplice calcolo trigonometrico:

$$\frac{r}{d} = \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (1.40)$$

Quindi,

$$r = d \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \simeq \frac{d\alpha}{2}, \quad (1.41)$$

nel limite di angoli piccoli, dove $\alpha \ll 1$ rad. Calcolare il raggio del Sole è facile. La distanza media al Sole è $d = 1 \text{ UA} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$. Il diametro angolare medio del Sole è $\alpha = 1919 \text{ arcsec} = 9.30 \times 10^{-3} \text{ rad}$, so

$$r_{\odot} = \frac{(1.496 \times 10^8 \text{ km})(9.30 \times 10^{-3})}{2} = 696'000 \text{ km}. \quad (1.42)$$

Le altre stelle hanno un diametro angolare molto più piccolo e di conseguenza molto difficile da misurare. Se noi vedessimo il Sole dalla posizione di Proxima Centauri ($d = 1.295 \text{ pc} = 267'000 \text{ UA}$), il suo diametro angolare sarebbe

$$\alpha = 1919 \text{ arcsec} \left(\frac{1 \text{ UA}}{267'000 \text{ UA}} \right) = 7.2 \times 10^{-3} \text{ arcsec}. \quad (1.43)$$

Misurare una dimensione angolare di 7 miliarcosecondi è difficile.

In fatti, solo una stella oltre il Sole ha un diametro angolare misurabile sull'immagine diretta. La stella Betelgeuse, nella costellazione di Orione, è stata osservata con il telescopio spaziale (figura 1.6). La distanza di Betelgeuse calcolata con la sua parallasse è

$$d_B = 131 \text{ pc} = 2.70 \times 10^7 \text{ UA}. \quad (1.44)$$

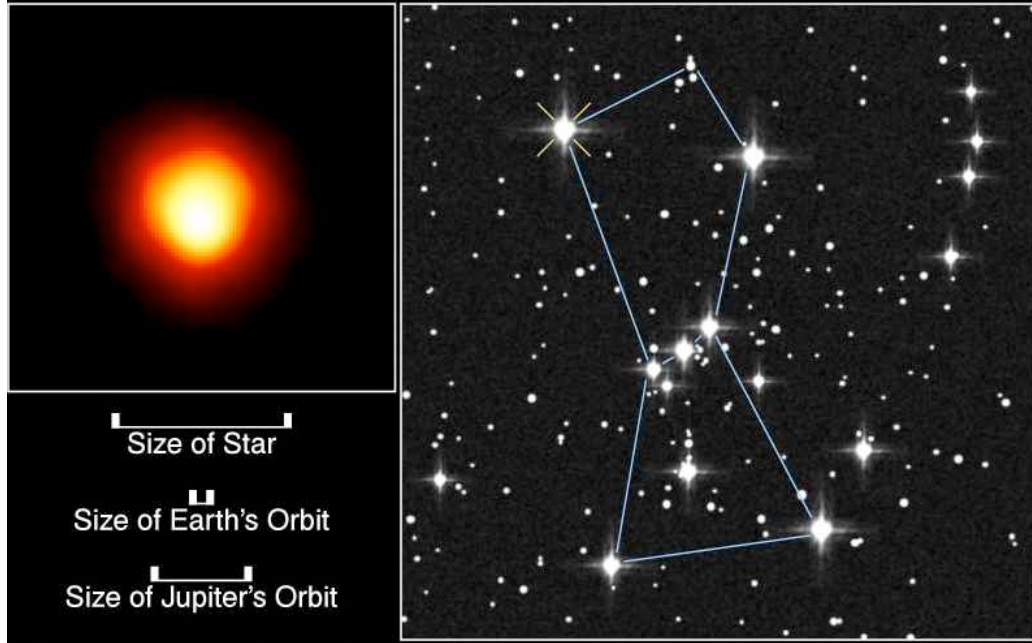


FIGURA 1.6— Betelgeuse osservata dal telescopio spaziale Hubble (credito: STScI)

Il diametro angolare di Betelgeuse, misurato da HST, è

$$\alpha = 0.125 \text{ arcsec} = 6.06 \times 10^{-7} \text{ rad.} \quad (1.45)$$

Quindi il suo raggio è

$$r_B = d_B \alpha_B / 2 = 8.2 \text{ UA} = 1.2 \times 10^9 \text{ km} = 1800 r_\odot. \quad (1.46)$$

Betelgeuse è una stella supergigante, gonfiata fino a un immenso raggio. Se fosse piazzato al centro del sistema solare al posto del Sole, si estenderebbe ben oltre l'orbita di Giove. Le supergigante sono rari; Betelgeuse è la supergigante più vicina al Sole. Tutte le stelle più vicine di Betelgeuse hanno un diametro minore, e tutte le stelle più grandi di Betelgeuse sono più distanti.

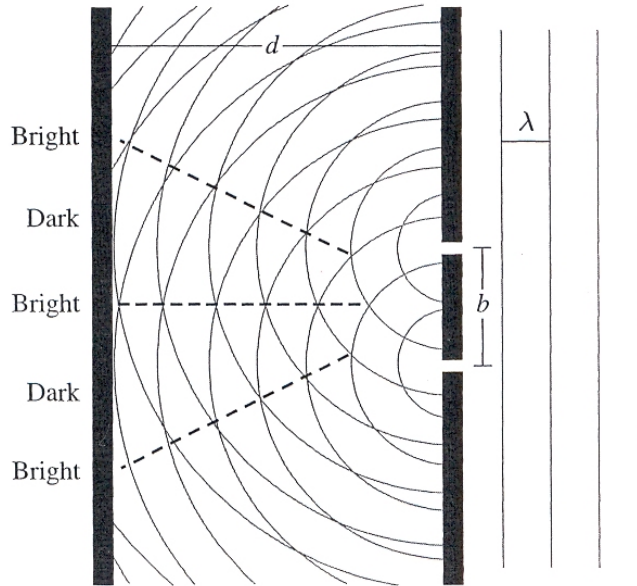


FIGURA 1.7— Interferenza con due fenditure.

Per misurare il diametro di stelle più piccole di Betelgeuse dobbiamo ricorrere all'**interferometria**. Per capire come il suo principio può insegnarci qualche cosa sul raggio di una stella, consideriamo l'esperimento classico con due fenditure (figura 1.7). La luce di lunghezza d'onda λ parte da una sorgente puntiforme lontana a sinistra dell'immagine e colpisce un muro nel quale sono state tagliate due fine fenditure. La luce che passa attraverso una delle due fenditure interferisce con la luce che passa attraverso l'altra fenditura, causando un'interferenza **costruttiva** dove le creste delle onde si sommano, e un'interferenza **distruttiva** dove le creste di una fenditura incontrano i ventri dell'altra fenditura. Se un schermo fosse piazzato a destra delle fenditure, parallelo al muro, una struttura di bande scure e brillanti si svilupperebbe (brillante = interferenza costruttiva, scura = interferenza distruttiva). La distanza tra le bande brillanti sullo schermo è $x = d\lambda/b$, dove d è la distanza tra il muro e lo schermo e b la distanza tra le due fenditure.

Se le stelle fossero perfette sorgenti puntiformi, genererebbero bande d'interferenza esattamente in questo modo. Tuttavia le stelle hanno una dimensione angolare α finita (anche se piccola). Quindi la luce della parte superiore della stella si avvicina alle fenditure da un angolo leggermente diverso della luce della parte inferiore della stella. Questo significa che quando la luce della parte superiore cade sullo schermo, le sue bande scure e brillanti sono leggermente spostate rispetto alle bande brillanti e scure prodotte dalla parte inferiore. La figura d'interferenza prodotto da una stella di diametro angolare α sarà cancellata quando

$$\alpha[\text{radian}] > \lambda/b. \quad (1.47)$$

Quindi se osservate una stella di diametro angolare α a una lunghezza d'onda λ attraverso un paio di fenditure mobili, la figura d'interferenza sarà cancellata una volta che la distanza tra le fenditure raggiunge

$$b > \lambda/\alpha. \quad (1.48)$$

In pratica la tecnica dell'interferometria stellare non usa due fenditure sul muro, ma usa due telescopi separati da una distanza b . L'interferometro sul Very Large Telescope (VLT) in Cile usa telescopi separati da una distanza fino a 140 metri; può così misurare angoli più piccoli del milliarcosecondo. Il VLT è stato adoperato per misurare i diametri angolari delle stelle nel sistema di Alpha Centauri:

- Alpha Centauri A: $\alpha = 8.5 \times 10^{-3}$ arcsec, $r = 1.23 r_{\odot}$
- Alpha Centauri B: $\alpha = 6 \times 10^{-3}$ arcsec, $r = 0.87 r_{\odot}$
- Proxima Centauri: $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ arcsec, $r = 0.14 r_{\odot}$.

Notate che la stella più luminosa del sistema (Alpha Centauri A) è anche la più grande in dimensione. È particolarmente interessante scoprire che Proxima Centauri non è molto più grande di Giove, che ha $r = 0.10 r_{\odot}$. Tendiamo a pensare alle stelle come enormi sfere di gas, ma le stelle più piccole non sono molto più grandi che i più grossi pianeti. Al momento, ci sono circa mille stelle per cui conosciamo il raggio grazie alle tecniche interferometriche. Coprono tutto l'intervallo di dimensione da supergiganti come Betelgeuse fino alle nane come Proxima Centauri.

Quando si conosce entrambi il raggio e la luminosità di una stella, abbiamo un nuovo modo per stimare la temperatura della stella. Per un corpo nero sferico,

$$L = 4\pi r^2 \sigma T^4 \quad (1.49)$$

dove σ è la costante di Stefan-Boltzmann. Se la stella è veramente un corpo nero, possiamo assegnarle una **temperatura effettiva**, definita da

$$T_{\text{eff}} = \left(\frac{L}{4\pi r^2 \sigma} \right)^{1/4}. \quad (1.50)$$

Se questa temperatura non concorda strettamente con la temperatura stimata dallo spettro stellare e dall'indice di colore, allora la stella deve essere infatti molto diversa da un corpo nero.

1.5 Quanto è massiccia una stella ?

Il raggio di Betelgeuse è 1800 volte maggiore del raggio solare, cioè il volume di Betelgeuse è 5.8 miliardi di volte il volume solare. Questo porta naturalmente alla questione: "Betelgeuse è densa o no?" Se la massa di Betelgeuse è simile a quella del Sole, deve essere poco densa (densità milioni di volte miliardi di quella solare). Se al contrario la densità di Betelgeuse è simile a quella solare, deve essere molto massiccia, con una massa miliardi di volte quella solare.

La massa di una stella può essere calcolata usando la terza legge di Kepler, con le modifiche portate da Isaac Newton:

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{P^2} \quad (1.51)$$

dove M_1 e M_2 sono le masse dei due oggetti che orbitano il comune centro di massa del sistema, P è il periodo orbitale e a è il semi-asse maggiore dell'orbita relativa. La legge di Kepler ci permette di misurare solo la massa totale ($M_1 + M_2$) del sistema binario. Trovare la massa di una stella singola è estremamente difficile, fortunatamente la maggior parte delle stelle nel vicinato solare hanno compagni: sia un'altra stella, che un oggetto più piccolo (una nana bruna o un pianeta), o un oggetto ex-solare (una nana bianca).

Sistemi binari sono classificati usando il metodo di scoperta. Ci sono tre categorie principali.

- **Binari visuali:** Le due stelle nel sistema binate si vedono individualmente con il telescopio. Potete dire che non sono una sovrapposizione casuale di stelle a distanze diverse poiché una stella si muove su un'orbita ellittica rispetto all'altra. Le binari visuali tendono ad avere grandi separazioni e quindi lunghi periodi.
- **Binari spettroscopiche:** Non si riesce a distinguere le due stelle: ci appaiono come una singola macchia di luce. Tuttavia lo spettro del sistema binario mostra righe di assorbimento che oscillano in lunghezza d'onda mentre la velocità radiale delle stelle cambia (figura 1.14). Le binari spettroscopiche tendono ad avere velocità orbitali elevate, quindi piccole orbite e corti periodi.
- **Binari ad eclisse:** Non si riesce a distinguere le due stelle. Tuttavia l'orbita del sistema è vista quasi perfettamente di profilo, che le due stelle, periodicamente, si eclissano una l'altra, causando delle diminuzioni nel flusso. Binari ad eclisse tendono ad avere piccole separazioni e quindi corti periodi.

Un esempio di binari visuali è il sistema di Sirius. È stato scoperto nel 19° secolo che la stella conosciuta come Sirius (figura 1.3) possiede un compagno molto più debole.

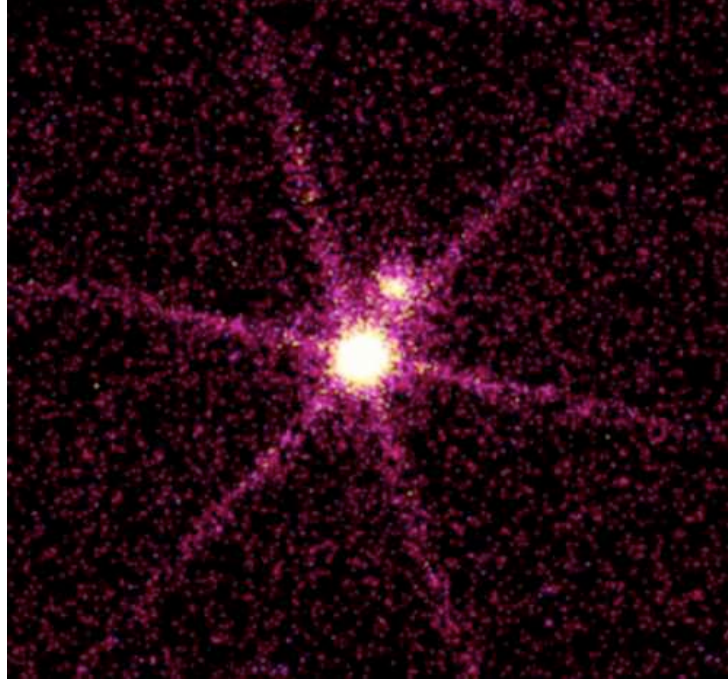


FIGURA 1.8— Sirius A (con picchi di diffrazione) e Sirius B (sopra sulla destra) come visti nei raggi X (credito: Chandra X-ray Observatory)

La componente più brillante del sistema binario è conosciuto oggi come Sirius A, mentre il compagno debole si chiama Sirius B. Nel visibile, Sirius A è circa 8000 volte più brillante che Sirius B; nei raggi X, sono piuttosto uguali in luminosità, come mostrato nella figura 1.8. Sirius A ha una temperatura di superficie di $T = 9900$ K (stimata dal suo spettro) e una luminosità di $L = 26 L_{\odot}$. Invece Sirius B ha una temperatura di superficie di $T = 24'800$ K ma una luminosità di solo $L = 0.024 L_{\odot}$, di cui la maggior parte in lunghezze d'onda non visibili con l'occhio umano.

Sirius B è meno luminoso di Sirius A, malgrado la temperatura molto più elevata. Questo significa che Sirius B deve avere una superficie molto minore. Dalla relazione tra raggio, temperatura e luminosità per un corpo nero,

$$\frac{r_B}{r_A} = \left(\frac{L_B}{L_A} \right)^{1/2} \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^2 = 0.00092^{1/2} 0.4^2 = 0.0048. \quad (1.52)$$

Dato che il raggio di Sirius A è conosciuto ($r_A = 1.71 r_{\odot}$ dall'interferometria stellare, il raggio di Sirius B deve essere

$$r_B = 0.0048 r_A = 0.0084 r_{\odot} = 0.92 r_{\text{Terra}} \quad (1.53)$$

Quando Sirius B e oggetti simili sono stati scoperti con alta temperatura ma piccola luminosità, furono chiamati "nane bianche", visto che sono di piccola dimensione (paragonabile alla Terra) ma abbastanza caldi per essere bianchi.

Il moto di Sirius B relativo a Sirius A è stato seguito per più di un secolo; quindi l'orbita relativa dei due oggetti, come proiettata sul cielo, è ben conosciuta (figura 1.9).

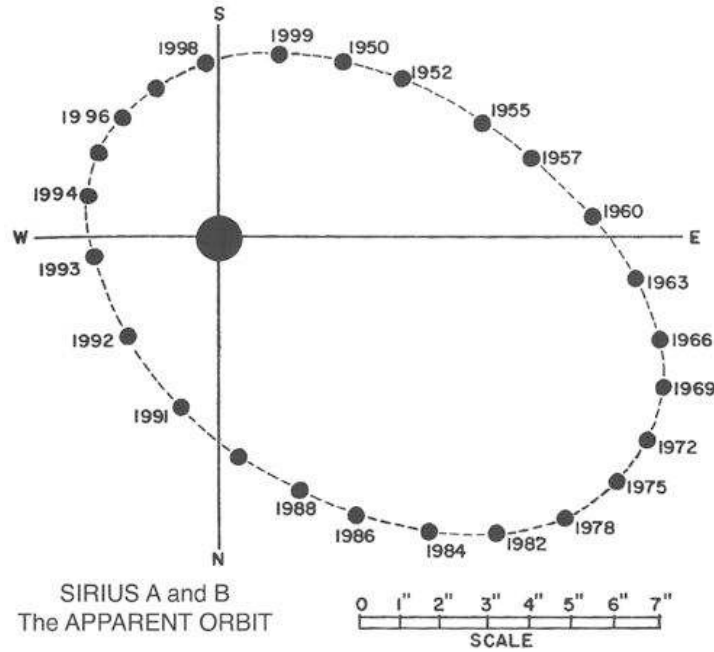


FIGURA 1.9— L'orbita proiettata di Sirius B relativamente a Sirius A.

Il periodo orbitale del sistema Sirius è $P = 50.18$ anni. Per trovare il semi-asse maggiore dell'orbita relativa, dobbiamo di-proiettare l'ellisse osservata. Cioè bisogna chiederci quale è l'ellisse vera che, una volta inclinata come nel sistema Sirius, appare come la figura 1.9 ? Questa domanda ha una risposta unica: la vera orbita tridimensionale di Sirius B, relativamente a Sirius A, ha un semi-asse maggiore di dimensione angolare

$$a'' = 7.51 \text{ arcsec} = 3.64 \times 10^{-5} \text{ rad} \quad (1.54)$$

ed è vista sotto un'inclinazione di $i = 44^\circ$. Dato che la distanza del sistema di Sirius è $d = 2.637 \text{ pc} = 544'000 \text{ UA}$, il semi-asse maggiore dell'orbita di Sirius B è

$$a = a'' d = 19.8 \text{ UA}, \quad (1.55)$$

paragonabile alla distanza media tra Urano e il Sole, e leggermente maggiore della distanza media tra Alpha Centauri A e B.

Abbiamo ora l'informazione necessaria per calcolare la massa totale del sistema Sirius. Se le masse M_1 e M_2 sono espresse in masse solari, a è in UA e P in anni, la terza legge di Kepler può essere scritta sotto la forma

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2}. \quad (1.56)$$

Per i pianeti che orbitano il Sole, con $M_1 = 1 M_\odot$ e $M_2 \ll 1 M_1$, l'equazione si riduce alla familiare formula $P^2 = a^3$. Per il sistema di Sirius,

⁹Un'inclinazione di $i = 0^\circ$ significa che stiamo guardando al sistema di faccia; un'inclinazione di $i = 90^\circ$ significa che stiamo guardando al sistema di profilo.

$$M_1 + M_2 = \frac{19.8^3}{50.18^2} = 3.08 M_{\odot}. \quad (1.57)$$

Sappiamo ora che Sirius A e Sirius B, presi insieme, hanno una massa totale di più di 3 volte la massa del Sole; ma come è distribuita questa massa tra i due oggetti? Per fare ciò, bisogna trovare il **centro di massa** del sistema binario. Supponete che due stelle sferiche, con massa M_1 e M_2 sono separati da una distanza a come mostrato nella figura 1.10. Se a_1 è la distanza da M_1 al centro di massa, e se a_2 è la distanza da M_2 al centro di massa, allora

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{M_1}{M_2}. \quad (1.58)$$

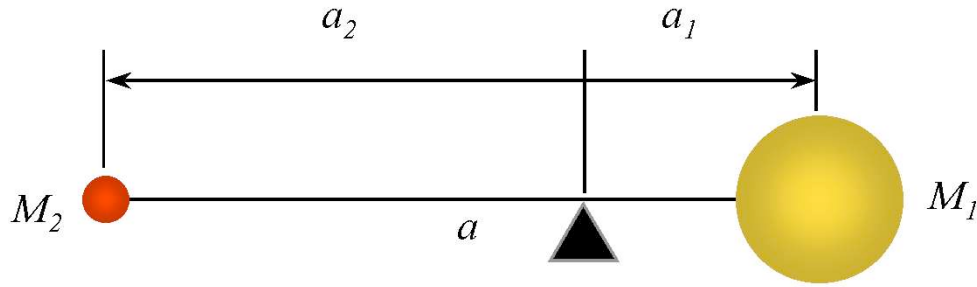


FIGURA 1.10— Il centro di massa del sistema binario. (credito: Richard Pogge)

Il centro di massa è sempre più vicino alla stella più massiccia. Se possiamo trovare il centro di massa di un sistema binario, possiamo trovare il rapporto delle masse. Combinato con la somma delle masse (ottenuto dalla terza legge di Kepler) ci permette di trovare le masse individuali delle stelle nel sistema binario.

Il centro di massa del sistema Sirius sta orbitando il centro della nostra galassia con un periodo di circa 240 milioni di anni; come il centro di massa del nostro sistema solare. Durante metà secolo (che corrisponde al periodo orbitale di Sirius B rispetto a Sirius A), il moto del centro di massa del sistema Sirius può essere molto bene approssimato da una linea diritta. Quando le posizioni di Sirius B e Sirius A sono rappresentate rispetto agli oggetti distanti del sottofondo (come distanti quasar), mostrano il moto di oscillazione della figura 1.11. Le piccole oscillazioni annuali dovute alla parallasse stellare non sono mostrato in questa figura, solo le più grandi oscillazioni con un periodo di $P = 50.18$ anni dovuti al moto relativo di Sirius A e Sirius B. Se Sirius B avesse una massa trascurabile (come uno potrebbe aspettarsi dal suo piccolo volume) allora il moto di Sirius A sarebbe una linea diritta. Dato che Sirius A mostra significanti oscillazioni nel suo moto, la massa di Sirius B deve essere significativa.¹⁰ Il moto del centro di massa è una linea diritta se assumiamo

¹⁰Infatti le oscillazioni nel moto di Sirius A furono notate per primo da Friedrich Bessel, il tipo della parallasse, nel 1844, circa 20 anni prima che Sirius B fosse vista al telescopio.

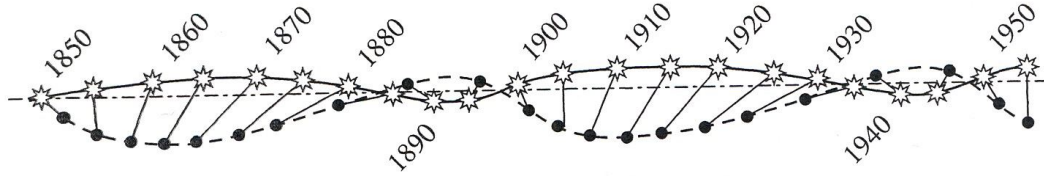


FIGURA 1.11— Il moto a lungo termine del sistema Sirius. Sirius B è il puntino.

$$\frac{a_B}{a_A} = \frac{M_A}{M_B} = 2.2. \quad (1.59)$$

Sirius A è appena di più del doppio della massa di Sirius B. Quando combiniamo i due tipi di informazione, $M_A + M_B = 3.08 M_\odot$ e $M_A = 2.2 M_B$, troviamo la soluzione:

$$M_B = 0.96 M_\odot, \quad M_A = 2.12 M_\odot. \quad (1.60)$$

Quando gli astronomi si sono accorti per la prima volta che nane bianche come Sirius B hanno una massa paragonabile a quella del Sole, ma volumi paragonabili a quello della Terra, erano esterrefatti. La densità media di Sirius B è più di due tonnellate al centimetro cubo.

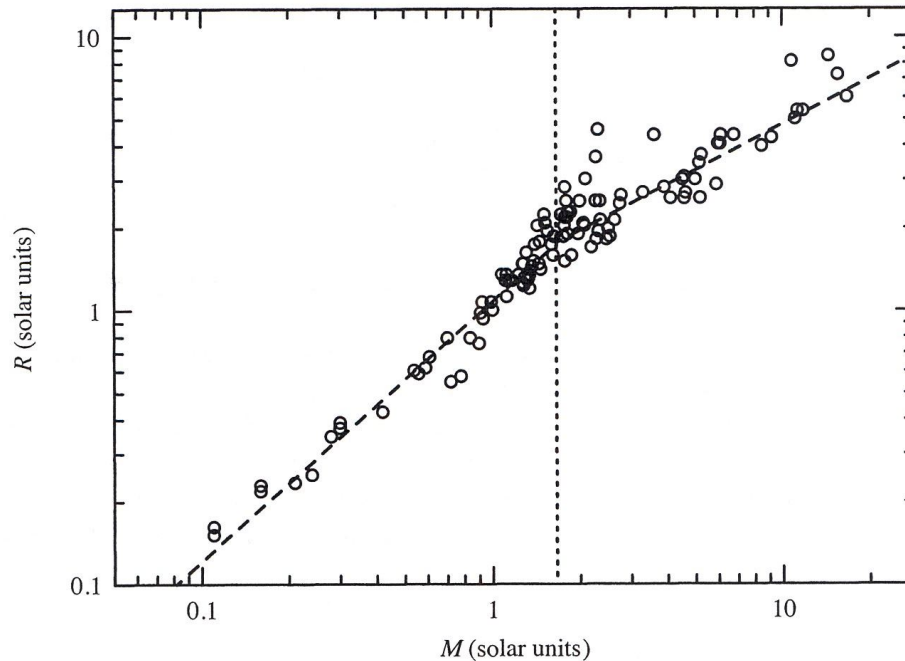


FIGURA 1.12— Raggio stellare in funzione della massa (scala logaritmica). La linea tratteggiata è l'aggiustamento dato nelle equazioni 1.61 e 1.62

Se rappresentiamo il raggio (r) in funzione della massa (M) per le stelle per cui conosciamo la massa (figura 1.12), troviamo che la maggior parte delle stelle si trovano

lungo una relazione massa–raggio ben definita. Le stelle che obbediscono a questa relazione massa – raggio sono chiamate “stelle della sequenza principale (SP)”. Il Sole, Sirius A, Epsilon Eridani e le stelle del sistema Alpha Centauri sono tutte stelle della SP. Le stelle della SP più massicce hanno un raggio più grande, ma non con la relazione $M \propto r^3$ che si potrebbe aspettare se tutte le stelle avessero la stessa densità. Le stelle con grande raggio hanno una minore densità. Un aggiustamento empirico alla relazione massa – raggio è

$$M \propto r^{1.7} \quad M < 1.3 M_{\odot} \quad (1.61)$$

$$M \propto r \quad M \geq 1.3 M_{\odot} \quad (1.62)$$

Tramite le stelle che non cadono sulla relazione abituale massa – raggio troviamo Betelgeuse (che possiede un raggio molto grande per la sua massa) e Sirius B (che possiede un raggio molto piccolo per la sua massa). Quindi le supergiganti come Betelgeuse e le nane bianche come Sirius B sono dei casi speciali, che non seguono le stesse relazioni che le stelle ordinarie della SP.

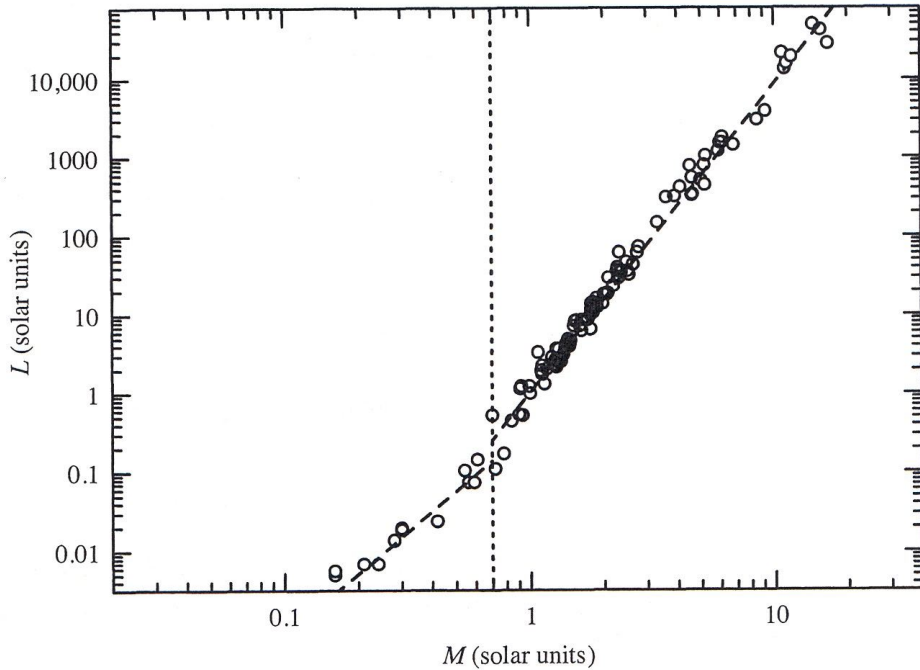


FIGURA 1.13— Luminosità stellare in funzione della massa (scala logaritmica). La linea tratteggiata è l’aggiustamento data nelle equazioni 1.63 e 1.64

Se rappresentiamo la luminosità stellare in funzione della massa (figura 1.13), troviamo che la maggior parte delle stelle occupano una relazione ben definita tra massa e luminosità. Le stelle più massicce hanno una più grande luminosità. Un aggiustamento empirico ragionevole alla relazione massa–luminosità è

$$L/L_{\odot} = 0.23(M/M_{\odot})^{2.3} \quad M < 0.43 M_{\odot} \quad (1.63)$$

$$L/L_{\odot} = (M/M_{\odot})^4 \quad M \geq 0.43 M_{\odot} \quad (1.64)$$

Notate la ripida dipendenza della luminosità sulla massa, particolarmente per le stelle di grande massa. Questo fatto ha importanti implicazioni per l'evoluzione stellare. Una stella è il suo proprio serbatoio di carburante, cioè trova la sorgente della sua energia nella fusione nucleare del materiale che contiene. Quindi la riserva totale di carburante di una stella è proporzionale alla sua massa M .

Il tasso con il quale usa questo carburante è proporzionale alla sua luminosità (i.e., all'emissione di energia). Il tempo di vita τ di una stella prima che esaurisce il suo carburante è quindi $\tau \propto M/L$. Per la relazione osservata massa-luminosità,

$$\tau \propto M/L \propto M^{-1/3} \quad M < 0.43 M_{\odot} \quad (1.65)$$

$$\tau \propto M/L \propto M^{-3} \quad M \geq 0.43 M_{\odot} \quad (1.66)$$

Per esempio Sirius A che più del doppio della massa del Sole avrà un tempo di vita 1/8 più corto, per esaurire tutto il suo carburante per la fusione nucleare.

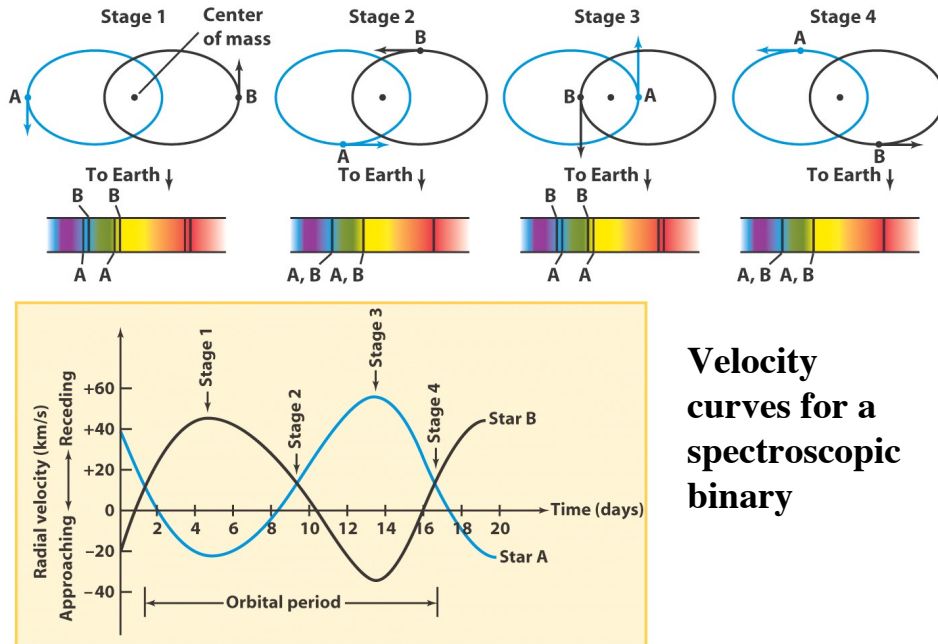


FIGURA 1.14— Binari spettroscopiche

1.6 Problemi

1. Una stella variabile cambia la sua luminosità di un fattore 4. Qual è il cambiamento in magnitudine ?
2. Qual è la magnitudine apparente totale di un sistema binario formato da due stelle di magnitudine apparente 3.0 e 4.0 ?
3. Qual è la distanza (in parsec) di una stella di cui la magnitudine assoluta è +6.0 e la magnitudine apparente +16.0 ?
4. Quali sono le magnitudini assolute delle seguenti stelle:
 - (a) $m = 5.0$, $d = 100$ pc
 - (b) $m = 10.0$, $d = 1$ pc (esiste una tale stella?)
 - (c) $m = 6.5$, parallasse $\pi'' = 0.004''$
5. Il Sole ha una magnitudine apparente visibile di -26.75.
 - (a) Calcolate la sua magnitudine assoluta visibile.
 - (b) Calcolate la sua magnitudine alla distanza di Alpha Centauri (1.3 pc).
 - (c) Il catalogo "Palomar Sky Survey" è completo fino ad una magnitudine di +19.0. A quale distanza (in parsec) dovrebbe trovarsi una stella simile al Sole per essere appena sufficientemente brillante per fare parte del catalogo ?
6. Le magnitudini V di due stelle sono entrambi 7.5, ma la loro magnitudine blu $B_1 = 7.2$ e $B_2 = 8.7$
 - (a) Qual è l'indice di color di ciascuna stella?
 - (b) Quale stella è più blu e da quanto è più brillante nelle lunghezze blu che l'altra stella ?
7. Qual è la maggiore distanza per cui si può osservare una stella di magnitudine assoluta -6 con il telescopio Palomar? e con il telescopio spaziale Hubble? [la magnitudine apparente limite del Palomar e di HST sono rispettivamente $m = 23.5$ e $m = 25.0$.]
8. La maggior parte dei fotometri oggi sono in grado di misurare magnitudini con una precisione di 0.01 mag. senza troppe difficoltà. Data quest'incertezza nella misura della magnitudine apparente di una stella, qual è l'errore percentuale che ne deriva nella determinazione della sua distanza?

SOLUZIONI

1. Il cambiamento in magnitudine dipende dal cambiamento in flusso ed è data dalla relazione:

$$\Delta m = 2.5 \log(f_{\max}/f_{\min}) .$$

Quindi per un cambiamento di flusso di fattore 4

$$\Delta m = 2.5 \log 4 = 1.51 .$$

2. Sia A la stella più brillante ($m_A = 3.0$) e B la stella più debole ($m_B = 4.0$). Il rapporto dei flussi è dato dalla relazione

$$f_A/f_B = 10^{0.4(m_B - m_A)} = 10^{0.4} = 2.512 .$$

Sia $f_{A+B} = f_A + f_B$. La magnitudine apparente m_{A+B} che corrisponde al flusso f_{A+B} può essere trovata dalla relazione

$$m_{A+B} - m_B = 2.5 \log(f_B/f_{A+B}) = -2.5 \log(f_{A+B}/f_B) = -2.5 \log(f_A/f_B + f_B/f_B) .$$

Ma $f_A/f_B = 2.512$, vedi sopra, e $f_B/f_B = 1$, quindi

$$m_{A+B} - m_B = -2.5 \log(3.512) = -1.36 ,$$

e

$$m_{A+B} = m_B - 1.36 = 4.0 - 1.36 = 2.64 .$$

3. Una stella ha una magnitudine assoluta $M = 6.0$ e apparente $m = 16.0$. Assumendo che l'assorbimento dalla polvere è trascurabile, la distanza d è data da

$$5 \log d - 5 = m - M .$$

Sostituendo $M = 6.0$ e $m = 16.0$, troviamo che

$$5 \log d - 5 = 10 .$$

Quindi

$$\log d = 15/5 = 3$$

e

$$d = 1000 \text{ pc} .$$

4. Per questo problema, l'equazione chiave è

$$M = m + 5 - 5 \log d ,$$

dove d è in parsec.

a) $m = 5.0$, $d = 100$ pc, e quindi

$$M = 5.0 + 5 - 5 \log 100 = 0.0 .$$

b) $m = 10.0$, $d = 1$ pc, e quindi

$$M = 10.0 + 5 - 5 \log 1 = 15.0 .$$

(Proxima Centauri fornisce l'approssimazione migliore per questa stella ipotetica)

c) $m = 6.5$, $d = 250$ pc, e quindi

$$M = 6.5 + 5 - 5 \log 250 = -0.49 .$$

d) $m = -3.0$, $d = 5$ pc, e quindi

$$M = -3.0 + 5 - 5 \log 5 = -1.49 .$$

e) $m = -1.0$, $d = 500$ pc, e quindi

$$M = -1.0 + 5 - 5 \log 500 = -9.49 .$$

f) $m = 6.5$, parallasse $\pi = 0.004$ arcsec, distanza $d = 1/\pi = 250$ pc, e quindi

$$M = 6.5 + 5 - 5 \log 250 = -0.49 .$$

5. Il Sole ha $m_V = -26.75$

a) Il Sole è a una distanza $d = 1 \text{ AU} = 4.848 \times 10^{-6}$ pc. La sua magnitudine assoluta visibile è quindi

$$M_V = m_V + 5 - 5 \log d = -26.75 + 5 - 5 \log(4.848 \times 10^{-6}) = 4.82 .$$

b) Alla distanza di Alpha Centauri ($d = 1.3$ pc), l'apparente magnitudine visibile del Sole sarebbe

$$m_V = M_V - 5 + 5 \log d = 4.82 - 5 + 5 \log 1.3 = 0.39 .$$

c) Il Sole avrebbe una magnitudine apparente visibile $m_V = 19.0$ alla distanza d data dalla relazione

$$5 \log d = m_V - M_V + 5 = 19.0 - 4.82 + 5 = 19.18 .$$

Quindi $\log d = 3.836$ e $d = 6850$ pc (circa 80% della distanza da qui al centro della Galassia). Questi risultati suppongono nessuna estinzione dalla polvere.

6. Due stelle hanno la stessa magnitudine V , $V_1 = V_2 = 7.5$, ma diverse magnitudini B : $B_1 = 7.2$ e $B_2 = 8.7$.

a) L'indice di colore della stella 1 è $(B - V)_1 = 7.2 - 7.5 = -0.3$. L'indice di colore della stella 2 è $(B - V)_2 = 8.7 - 7.5 = +1.2$.

b) La stella 1 è più blu. Attraverso il filtro B essa è più brillante da 1.5 magnitudini, che corrisponde ad un rapporto di flusso

$$f_1/f_2 = 10^{0.4(1.5)} = 10^{0.6} = 3.98 .$$

7. Usando il Palomar, la stella di magnitudine assoluta $M = -6$ può essere vista ad una distanza

$$5 \log d = m - M + 5 = 23.5 + 6 + 5 = 34.5 ,$$

o

$$d = 10^{34.5/5} = 7.9 \times 10^6 \text{ pc} .$$

Usando HST, la stella può essere vista ad una distanza

$$5 \log d = m - M + 5 = 25.0 + 6.0 + 5 = 36.0 ,$$

o

$$d = 10^{36.0/5} = 1.58 \times 10^7 \text{ pc} .$$

Quindi HST può vedere una singola stella (molto luminosa) ad una distanza di quasi 16 megaparsec, circa la distanza dell'ammasso di galassie della Vergine (Virgo Cluster)

8. Sia m_{oss} la magnitudine apparente che misuriamo; può essere diversa da (al massimo) 0.01 magnitudine dalla magnitudine m_{vera} , la vera magnitudine della stella. La distanza che troviamo con m_{oss} sarà d_{oss} , che sarà diversa dalla vera distanza d_{vera} .

Calcoliamo d_{oss} dall'equazione

$$5 \log d_{\text{oss}} - 5 = m_{\text{oss}} - M ,$$

or

$$d_{\text{oss}} = 10^{0.2(m_{\text{oss}} - M + 5)} .$$

Visto che $m_{\text{oss}} = m_{\text{vera}} \pm 0.01$ e

$$d_{\text{vera}} = 10^{0.2(m_{\text{vera}} - M + 5)} ,$$

segue che

$$d_{\text{oss}} = d_{\text{vera}} \times 10^{\pm 0.002} .$$

Se $m_{\text{oss}} = m_{\text{vera}} + 0.01$, allora $d_{\text{oss}} = d_{\text{vera}} \times 10^{0.002} = 1.0046 d_{\text{vera}}$. Se $m_{\text{oss}} = m_{\text{vera}} - 0.01$, allora $d_{\text{oss}} = d_{\text{vera}} \times 10^{-0.002} = 0.9954 d_{\text{vera}}$. Quindi la distanza sarà diversa da $\sim 0.46\%$ se l'errore sulla magnitudine apparente misurata è 0.01.

Capitolo 2

Atmosfere stellari

Tutto ciò che conosciamo dalle stelle (oltre il Sole) deriva dalla raccolta di fotoni (a parte i 19 neutrini che sono stati misurati dalla Supernova 1987a, una stella nel processo di collasso). Il problema con i fotoni è che ci dicono che cosa succede nella *fotosfera*, lo strato relativamente sottile di una stella da dove scappano i fotoni. Quando calcoliamo il "raggio di una stella", stiamo veramente calcolando il raggio della fotosfera della stella. Quando gli astronomi parlano della "temperatura della stella", intendono la temperatura della fotosfera, a meno che viene specificato diversamente.

2.1 Equilibrio idrostatico

Per capire come viene generato uno spettro stellare, dobbiamo capire la fisica fondamentale delle atmosfere stellari. In un certo senso, l'atmosfera di una stella è simile all'atmosfera terrestre; a parte per il vento e le tempeste, entrambi tipi di atmosfere sono in **equilibrio idrostatico**. Per altri aspetti, l'atmosfera stellare è diversa di quella terrestre. Primo, l'atmosfera terrestre si appoggia su una superficie solida o liquida; dato che le stelle sono completamente gassose, potete immaginarle come nient'altro che un'atmosfera. Secondo l'atmosfera delle stelle è relativamente calda e l'ionizzazione è importante.

Una stella massiccia esercita una forza gravitazionale sulla sua atmosfera; tuttavia essa è stabilizzata contro il collasso gravitazionale grazie al gradiente di pressione. Considerate, come nella figura 2.1, una piccola porzione cilindrica dell'atmosfera stellare, orientata tale che le facce del cilindro siano perpendicolari alla forza gravitazionale F_{grav} . Esaminiamo ora la somma delle forze che agiscono sull'elemento di volume cilindrico di area A e di spessore Δr : la pressione spinge su entrambi le facce (sopra e sotto) del cilindro; la pressione che spinge la faccia sotto verso l'alto è P e la pressione che spinge la faccia sopra è $P + \Delta P$. La forza totale sull'elemento di volume nella direzione verticale è allora

$$F_{\text{pressione}} = A[P - (P + \Delta P)]. \quad (2.1)$$

Notate che abbiamo scelto un sistema di riferimento tale che una forza che agisce verso l'alto è positiva. La massa dell'elemento di volume è la sua densità ρ moltiplicata per il suo volume $A\Delta r$; quindi la forza gravitazionale che agisce sull'elemento di

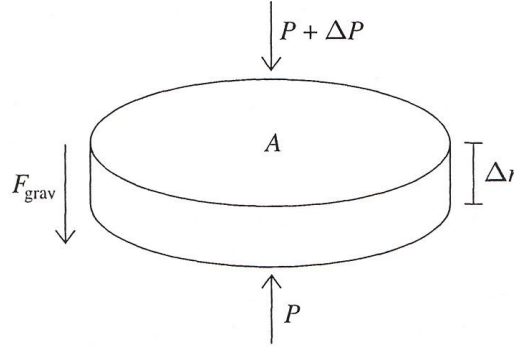


FIGURA 2.1— Un piccolo volume di gas è in equilibrio idrostatico se la pressione differenziale del gas è bilanciata dalla forza di gravitazione.

volume è

$$F_{\text{grav}} = -\frac{GM_r \rho A \Delta r}{r^2}, \quad (2.2)$$

dove M_r è la massa all'interno di una sfera di raggio r centrata sul centro della stella. All'equilibrio, l'atmosfera non si espande verso l'alto né si comprime verso il basso. Questo richiede che la somma della forza di pressione differenziale e la forza di gravitazione sia uguale a zero:

$$A[P - (P + \Delta P)] - \frac{GM_r \rho A \Delta r}{r^2} = 0, \quad (2.3)$$

o

$$\Delta P = -\frac{GM_r \rho}{r^2} \Delta r. \quad (2.4)$$

Nel limite infinitesimale ($\Delta r \rightarrow 0$), quest'equazione diventa l'equazione differenziale

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2}, \quad (2.5)$$

L'equazione 2.5 è **l'equazione di equilibrio idrostatico** per un sistema a simmetria sferica.

La pressione in qualsiasi punto all'interno della stella è ben approssimato dalla legge dei gas perfetti:

$$P = nkT, \quad (2.6)$$

dove n è la densità numerica delle particelle (ioni, elettroni liberi, atomi e molecole), k è la costante di Boltzmann e T è la temperatura (in Kelvin).¹ Quando si calcola le forze

¹Nelle stelle estremamente luminose, la pressione di radiazione generata dai fotoni è abbastanza grande per essere significativa. Tuttavia, nelle stelle simili al Sole, la pressione di radiazione è molto piccola rispetto a quella del gas.

di pressione, importa solo la densità numerica totale n : elettroni di piccola massa e molecole di grande massa contribuiscono ugualmente alla pressione. La densità numerica n è semplicemente legata alla densità di massa ρ :

$$n = \frac{\rho}{\mu m_p}, \quad (2.7)$$

dove μ è il peso molecolare medio delle particelle, misurato in unità di massa atomica. Formalmente, l'unità di massa atomica è definita come la massa dell'atomo di carbonio 12, diviso per 12. Praticamente, come nell'equazione 2.7, possiamo usare la massa del protone, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.

Le stelle contengono un misto di diversi elementi. Tuttavia la maggior parte delle stelle contiene principalmente idrogeno ed elio nella loro fotosfera, con piccole quantità di altri elementi. Quindi gli astronomi hanno drasticamente semplificato la loro visione della tavola periodica. Come le tribù primitive che contano "uno, due, tanto", gli astronomi spesso riconoscono la presenza solo di tre elementi: idrogeno (numero atomico = 1), elio (numero atomico = 2) e "metalli" (numero atomico > 2). Quindi nel gergo degli astronomi un "metallo" è qualsiasi elemento più pesante dell'elio. La densità di massa totale dell'atmosfera di una stella può essere divisa in tre componenti:

$$\rho = \rho_H + \rho_{He} + \rho_{metalli}. \quad (2.8)$$

La composizione chimica dell'atmosfera può essere espressa in termini di frazione di massa dell'idrogeno:

$$X = \rho_H / \rho, \quad (2.9)$$

la frazione di massa dell'elio:

$$Y = \rho_{He} / \rho, \quad (2.10)$$

e la frazione di massa dei "metalli":

$$Z = \rho_{metalli} / \rho = 1 - X - Y. \quad (2.11)$$

Per esempio nel caso della fotosfera del Sole, $X_\odot = 0.734$, $Y_\odot = 0.250$, e $Z_\odot = 0.016$. La maggior parte della massa dei "metalli" è dovuto all'ossigeno e il carbonio, insieme a Ne, Fe, N nella lista dei top cinque metalli.

Il peso molecolare medio μ di un gas dipende da entrambi le sue frazioni di massa (X , Y , e Z) e il suo stato di ionizzazione. Considerate per esempio un gas di puro idrogeno ($X = 1$). Se è neutro, avrà un peso molecolare medio di $\mu = 1$ e una densità numerica $n = \rho / m_p$.² Se l'idrogeno è completamente ionizzato, il numero di particelle è raddoppiato, dato che un elettrone è liberato da ciascun atomo. Quindi la densità numerica del gas idrogeno raddoppia: $n = 2\rho / m_p$ se è completamente ionizzato, e il suo peso molecolare medio si abbassa a $\mu = 1/2$. Considerate ora un gas composto

²I nostri calcoli saranno abbastanza precisi se supponiamo che la massa dell'elettrone sia trascurabile rispetto alla massa del protone.

unicamente di elio ($Y = 1$). Se è neutro, avrà un peso molecolare medio $\mu = 4$ e una densità numerica $n = \rho/(4m_p)$, visto che ogni atomo di elio contiene quattro particelle nel nucleo – due protoni e due neutroni.³ Se l'elio è completamente ionizzato, il numero di particelle è triplicato, data che due elettroni sono liberati da ciascun atomo. Quindi la densità numerica di un gas di elio diventa $n = 3\rho/(4m_p)$ se è completamente ionizzato, e il suo peso molecolare medio si abbassa a $\mu = 4/3$. In fine considerate un gas di "metalli" ($Z = 1$). Se il numero medio di nucleoni per atomo è A , la densità numerica di atomi per il gas nel suo stato neutrale è $n = \rho/(Am_p)$, e il suo peso molecolare medio è A . Se il numero di protoni e di neutroni in ciascun nucleo è approssimativamente lo stesso, allora $\sim A/2$ elettroni saranno liberati da ciascun atomo quando il gas è completamente ionizzato. La densità numerica del gas sarà quindi $n \sim \rho/(2m_p)$, supponendo $A/2 \gg 1$ e il suo peso molecolare sarà $\mu \sim 2$.

Pertanto se un gas consiste in un misto di idrogeno, elio e metalli, la sua densità numerica di particelle, in un stato completamente ionizzato, sarà

$$n \approx X \left(\frac{2\rho}{m_p} \right) + Y \left(\frac{3\rho}{4m_p} \right) + Z \left(\frac{\rho}{2m_p} \right) \quad (2.12)$$

$$\approx \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right) \frac{\rho}{m_p} \quad (2.13)$$

Per un gas completamente ionizzato, il peso molecolare medio sarà quindi

$$\mu(\text{ionizzato}) = \frac{\rho}{nm_p} = \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right)^{-1}. \quad (2.14)$$

Per la fotosfera del Sole, con $X_\odot = 0.734$, $Y_\odot = 0.25$ e $Z_\odot = 0.016$, il peso molecolare medio, assumendo una ionizzazione totale, è

$$\mu_\odot = \frac{1}{1.468 + 0.188 + 0.008} = \frac{1}{1.664} = 0.60. \quad (2.15)$$

Al contrario, per un gas di atomi neutri, il peso molecolare medio sarà

$$\mu(\text{neutro}) = \left(X + \frac{Y}{4} + \frac{Z}{A} \right)^{-1}. \quad (2.16)$$

Se la fotosfera del Sole fosse neutra, il suo peso molecolare medio sarebbe $\mu_\odot = 1.25$; visto che i rari metalli contribuiscono così poco al calcolo di μ , non importa veramente quale è il valore preciso di A . Concludiamo che indipendentemente del suo stato di ionizzazione, l'atmosfera del Sole ha un peso molecolare medio attorno ad 1.

Un gas ionizzato ha una pressione maggiore che un gas neutro della stessa densità, per due motivi:

- Mantenere un gas in un stato ionizzato richiede una temperatura più alta; temperature più alte implicano velocità termiche più alte e quindi maggiore pressione per particella.

³I nostri calcoli saranno sufficientemente precisi se supponiamo che la massa del neutrone e la massa del protone siano identiche.

- L'ionizzazione libera grande quantità di elettroni, aumentando la densità numerica n di particelle ad una data densità di massa.

Ionizzare un gas aumenta entrambi T e n nella relazione $P = nkT$.

Le stelle sono stabili di solito. Il Sole risplende da 4.6 miliardi di anni senza esplodere o implodere. Alcune stelle pulsano in modo percettibile e ogni tanto una supernova esplode, ma per la maggior parte del tempo, le stelle sono all'equilibrio idrostatico.

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\rho = -g\rho, \quad (2.17)$$

dove

$$g = \frac{GM_r}{r^2} \quad (2.18)$$

è l'accelerazione gravitazionale (verso il centro) a una distanza r dal centro della stella. Dato che g e ρ sono non-negativi, il gradiente di pressione è $dP/dr \leq 0$. Cioè la pressione aumenta quando andate verso il centro della stella.

Sulla fotosfera del Sole, $M_r = M_\odot = 1.99 \times 10^{30}$ kg; la massa delle cromosfera e della corona sopra la fotosfera è trascurabile. Il raggio della fotosfera è $r_\odot = 6.96 \times 10^8$ m. L'accelerazione gravitazionale nella fotosfera del Sole è

$$g_\odot = \frac{GM_\odot}{r_\odot^2} = 274 \text{ ms}^{-2} \quad (2.19)$$

circa 28 volte l'accelerazione gravitazionale della superficie terrestre. Per un gas perfetto, la densità di massa e la pressione sono legate dalla legge

$$\rho = \frac{\mu m_p}{kT} P, \quad (2.20)$$

allora l'equazione dell'equilibrio idrostatico (equazione 2.17) può essere scritta nella forma

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{g\mu m_p}{kT} P. \quad (2.21)$$

se vi trovate in una regione della stella dove g, μ e T sono grosso modo costanti con il raggio, l'equazione 2.21 ha una soluzione della forma

$$P \propto \exp\left(-\frac{r}{H}\right), \quad (2.22)$$

dove la scala di altezza H è

$$H = \frac{kT}{g\mu m_p}. \quad (2.23)$$

Per la fotosfera del Sole, con $T_\odot \approx 5800$ K e $\mu_\odot \approx 0.60$, la scala di altezza è

$$H_{\odot} = \frac{kT_{\odot}}{g_{\odot}\mu_{\odot}m_p} \approx 300 \text{ km.} \quad (2.24)$$

È molto di più che la scala di altezza $H \approx 8 \text{ km}$ dell'atmosfera terrestre, che è più fredda e ha un peso molecolare medio maggiore. Tuttavia, è molto meno del raggio solare $R_{\odot} \approx 700'000 \text{ km}$. Quindi la nostra supposizione che $g_{\odot}$, $\mu_{\odot}$ e $T_{\odot}$ siano costanti è un'approssimazione ragionevole. Anche se il Sole non ha una superficie ben definita, la pressione e la densità all'interno della fotosfera cade esponenzialmente con una corta

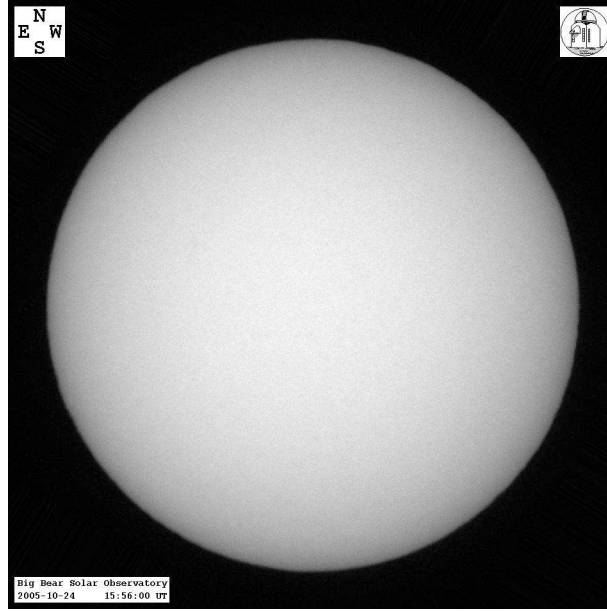


FIGURA 2.2— Immagine del Sole a lunghezze d'onda visibili. [Credito: Big Bear Solar Observatory]

scala di altezza: $H_{\odot} \ll R_{\odot}$. Questo spiega l'illusione di un bordo netto nelle immagini del Sole nelle lunghezze d'onda visibile (figura 2.2).

2.2 Classificazione spettrale

Lo spettro di una stella contiene informazioni sulla composizione chimica e la temperatura della fotosfera. Ogni riga di assorbimento che vedete nello spettro stellare rappresenta la transizione di un elettrone da un livello di minore energia verso un livello di maggiore energia, di un particolare elemento chimico in un particolare stato di ionizzazione.⁴ Lo spettro solare (figura 2.3) contiene righe di assorbimento dalla maggiore parte dei elementi trovati in natura. È interessante notare che l'elio, il secondo elemento più abbondante nell'universo (dopo l'idrogeno), svela la sua presenza solo dalle righe di emissione dalla cromosfera solare. Durante un'eclisse solare nell'anno 1868, l'astronomo Norman Lockyer scoprì una riga di emissione sconosciuta a $\lambda = 5876 \text{ \AA}$ nello spettro della cromosfera. Attribuí la riga di emissione ad uno nuovo elemento, che chiamò "elio", in onore del dio greco del Sole Helios.

⁴In alcune stelle più fredde, si può anche vedere righe di assorbimento dovuto a molecole.

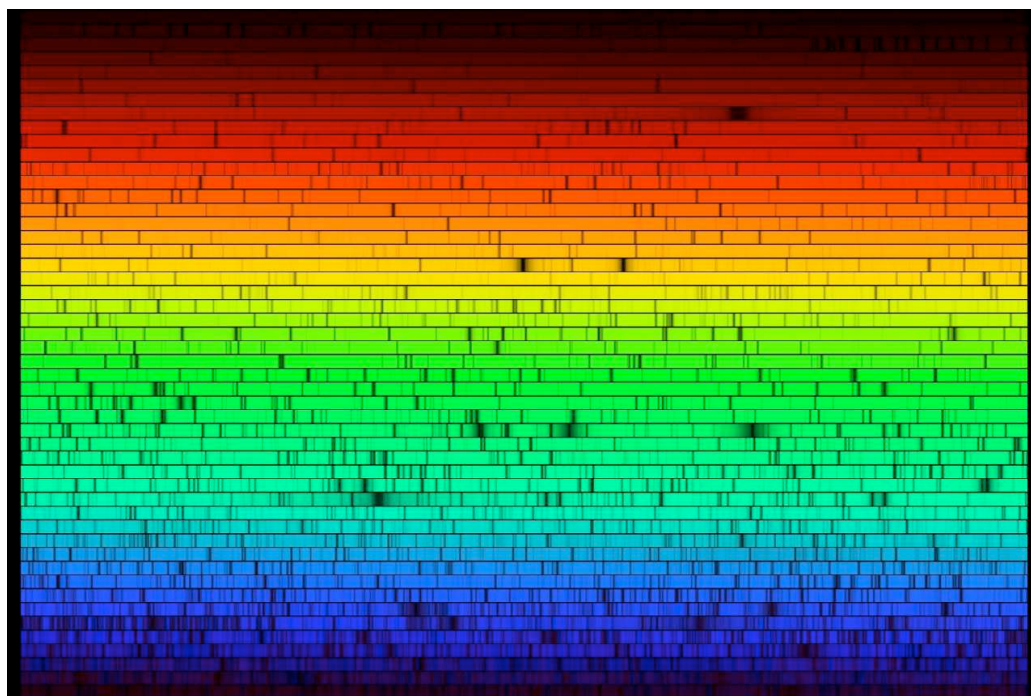


FIGURA 2.3— Spettro del Sole a lunghezze d'onda visibili. [Credito: NOAO/AURA/NSF]

La forza delle righe di assorbimento, misurata con la loro "larghezza equivalente W'' ", dipende dalla temperatura della fotosfera. Per esempio l'assenza di righe di assorbimento dell'elio nello spettro della fotosfera solare non significa che tutto l'elio sia scapato nella cromosfera; piuttosto esso indica che la fotosfera non è abbastanza calda per eccitare gli atomi di elio al di sopra del livello fondamentale. Come esempio relativamente semplice di come la forza delle righe dipende dalla temperatura, consideriamo le **righe di Balmer** dell'idrogeno. Le righe di assorbimento di Balmer sono create quando gli elettroni nel livello energetico $n = 2$ assorbono fotoni della corretta energia per alzarli ad un livello più alto ($n > 2$, figura 2.4). Per esempio la riga Balmer alpha ($H\alpha$) è prodotta quando un elettrone del livello $n = 2$ salta al livello $n = 3$. Per fare questo salto, l'elettrone deve assorbire un fotone di energia $\Delta E = 1.890$ eV, il che corrisponde alla lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 6563 \text{ \AA}, \quad (2.25)$$

nella parte rossa dello spettro visibile. In un modo simile, la riga $H\beta$ causata da un salto da $n = 2$ a $n = 4$, richiede un fotone di energia $\Delta E = 2.552$ eV e una lunghezza d'onda $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ – ecc attraverso tutta la serie di Balmer.

Per essere capace di produrre una riga d'assorbimento Balmer, un atomo d'idrogeno deve soddisfare due condizioni:

- L'atomo H deve essere neutro.
- L'elettrone dell'atomo deve iniziare al livello energetico $n = 2$.

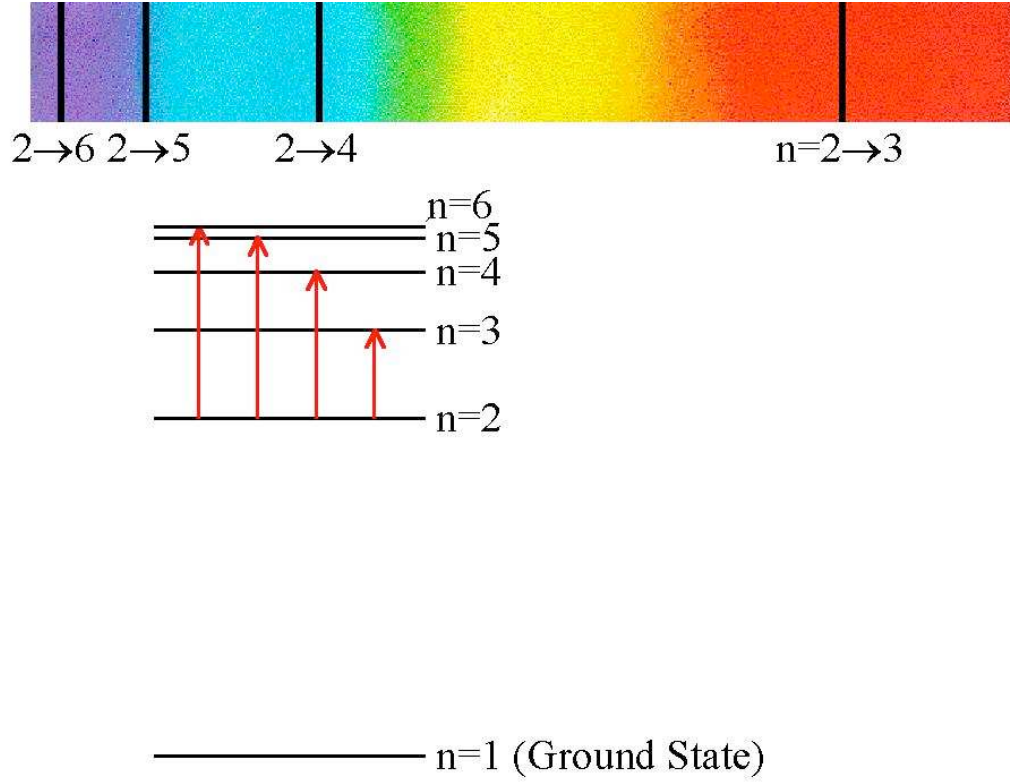


FIGURA 2.4— Livelli d'energia dell'elettrone nell'atomo d'idrogeno, con le transizioni delle righe di assorbimento Balmer. [Credito: Richard Pogge]

L'equazione di Saha permette di calcolare il rapporto di atomi ionizzati (protoni nudi) rispetto ad atomi neutri:

$$\frac{n^1}{n^0} \propto \frac{(kT)^{3/2}}{n_e} \exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right) \quad (2.26)$$

dove n^1 è la densità numerica di ioni positivi, n^0 è la densità numerica di atomi neutri, n_e è la densità numerica di elettroni liberi, T è la temperatura del gas e $\chi = 13.6$ eV è il potenziale d'ionizzazione dell'atomo d'idrogeno (l'energia minima richiesta per strappare un elettrone dal livello fondamentale e convertirlo in un elettrone libero). Mentre $T \rightarrow 0$, $n^1/n^0 \rightarrow 0$; tutti gli atomi sono neutri a bassa temperatura. Mentre $T \rightarrow \infty$, $n^1/n^0 \rightarrow \infty$; tutti gli atomi sono ionizzati ad alta temperatura.

L'equazione di Boltzman descrive il rapporto di atomi con elettroni nel livello $n = 2$ rispetto ad atomi con elettroni nel livello fondamentale $n = 1$.

$$\frac{n_2^0}{n_1^0} \propto \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (2.27)$$

dove n_2^0 è la densità numerica di atomi neutri con elettroni al livello $n = 2$, n_1^0 è la densità numerica di atomi neutri con elettroni al livello $n = 1$, e $E_2 - E_1 = 10.19$ eV è l'energia richiesta per alzare un elettrone dal livello $n = 1$ al livello $n = 2$. Mentre $T \rightarrow 0$, $n_2^0/n_1^0 \rightarrow 0$; lo stato fondamentale è molto favorito rispetto allo stato eccitato.

a basse temperature. Quando $T \rightarrow \infty$, $n_2^0/n_1^0 \rightarrow \text{costante}$. Ricordatevi che usiamo "superscript" (come n^0) per indicare stati di ionizzazione e "subscript" (come n_1) per indicare livelli di eccitazione di un ione.

Quando la temperatura T del gas idrogeno aumenta, la frazione di atomi neutrali che hanno i loro elettroni nel livello $n = 2$ *aumenta*. Tuttavia quando T aumenta, la frazione di atomi neutri *diminuisce*. Questi due effetti opposti rendono massimo il numero di elettroni nel livello $n = 2$ ad una temperatura di $T \approx 10'000$ K, come mostrato nella figura 2.5. Questo è grossomodo la temperatura della fotosfera di Vega e di Sirius A. Le righe della serie Balmer possono essere usate per stimare la temperatura della stella: le stelle con le righe Balmer più forti sono quelle con una temperatura $T \approx 10'000$ K. Che possiamo dire delle stelle con deboli righe Balmer? Ci sono tre possibilità per spiegare deboli (o assenti) righe Balmer:

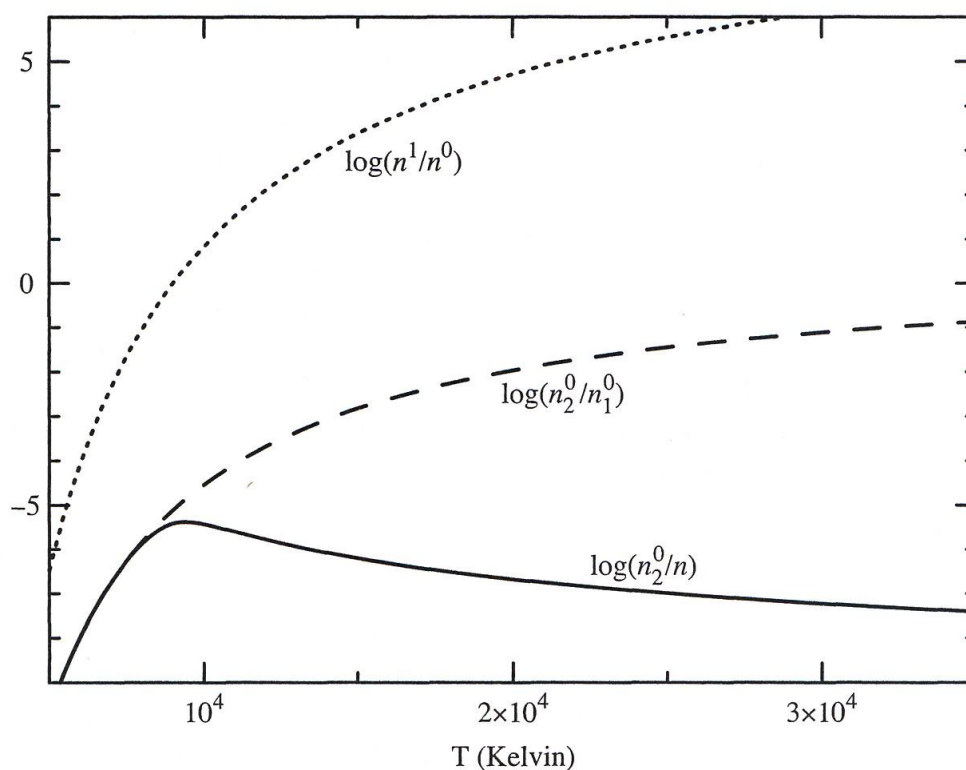


FIGURA 2.5— Linea punteggiata: il rapporto n^1/n^0 ottenuto dall'equazione di Saha (una densità di elettroni liberi di $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ è stata assunta). Linea tratteggiata: il rapporto n_2^0/n_1^0 ottenuto dall'equazione di Boltzmann. Linea piena: il rapporto n_2^0/n è la frazione di atomi di idrogeno che hanno un elettrone legato nello stato d'energia $n = 2$, che raggiunge il suo massimo attorno a $10'000$ K.

- C'è poco (o niente) idrogeno nella fotosfera. Data l'ubiquità dell'idrogeno nell'universo, questa spiegazione è altamente improbabile.
- La temperatura della fotosfera $T \gg 10'000$ K.
- La temperatura della fotosfera $T \ll 10'000$ K.

Possiamo distinguere tra i casi di alta e bassa temperatura guardando alle righe di assorbimento di elementi diversi dall'idrogeno.

Consideriamo l'atomo neutro di elio. Il suo potenziale di ionizzazione è $\chi = 24.5$ eV, circa due volte il potenziale d'ionizzazione dell'idrogeno. L'energia richiesta per alzare un elettrone dal livello fondamentale fino al primo livello di eccitazione è $E_2 - E_1 = 20.9$ eV, circa il doppio dell'energia equivalente per l'idrogeno. Dunque ci aspettiamo che le righe di assorbimento dell'elio corrispondono ad energie e temperature circa doppie dell'idrogeno. Se una stella ha deboli righe Balmer e forti righe dell'elio, concludiamo che la sua temperatura sia $T > 10'000$ K.

Ora considerate un atomo con un singolo elettrone nel suo guscio più esterno (litio, sodio, ecc). Questi atomi hanno un potenziale di ionizzazione basso (per il sodio, $\chi = 5.1$ eV). Quindi le righe del sodio neutro sono solo viste nelle stelle relativamente fredde; nelle stelle più calde il sodio è quasi completamente ionizzato. Se una stella ha deboli righe Balmer e forti righe del sodio, concludiamo che la sua temperatura sia $T < 10'000$ K. Possiamo anche concludere che una stella è fredda se possiede bande di assorbimento molecolare. L'energia di dissociazione per le molecole tende ad essere piccola rispetto all'energia d'ionizzazione dell'idrogeno. L'ossido di titanio è una molecola relativamente forte: la sua energia di dissociazione è circa 6.9 eV. Forti bande di assorbimento di TiO si vedono solo nelle stelle di $T \approx 3'000$ K.

Uno studio dettagliato della forza di varie righe di assorbimento fornisce una buona stima della temperatura della fotosfera. Dati i capricci della storia, non dovrebbe sorprendervi che la classificazione spettrale delle stelle avvenne molto prima la presa di coscienza che la *sequenza spettrale* delle stelle sia in fatti una *sequenza di temperatura*. Nel 1860 il prete e astronomo Angelo Secchi fu la prima persona a fare una classifica spettrale empirica delle stelle. Notò che alcune stelle hanno molte righe di assorbimento nel loro spettro, mentre altre poche. Quindi divisò le stelle in cinque classi, basate sul numero di righe di assorbimento che potesse misurare. Il piccolo numero di classi nello schema di Secchi lo rendo di utilità limitata.

La classificazione spettrale che usiamo ancora oggi trova la sua origine attorno all'anno 1890 quando Edward Pickering, all'osservatorio di Harvard, si mise a classificare migliaia di spettri stellari. Nel bisogno di un collaboratore che aveva esperienza nel ordinare il caos, Pickering assume la sua donna delle pulizie, Williamina Fleming, come la sua assistente. Pickering e Fleming hanno proposto uno schema nel quale fu assegnato una lettera a ciascuno spettro, dalla "A" alla "Q". La lettera "J" non fu usata (apparentemente perché troppo simile alle "I" quando scritta velocemente). Significa che Pickering e Fleming ebbero un totale di 16 classi. La lettera "P" fu assegnata alle nebulose planetarie (un tipo di nebulosa gassose compatta) e la lettera "Q" fu assegnata alla classe "patumeria" - se un spettro era troppo strano per essere classificato qualsiasi altro tipo, finiva nella patumeria. Le altre lettere nello schema furono assegnate in ordine di forza decrescente delle righe Balmer, con le stelle A con le righe Balmer più forti e le stelle O con le righe più deboli.

La classificazione di Pickering e Fleming iniziò come uno schema puramente empirico, un po' come classificare le olive con la loro grandezza. All'inizio del 20° secolo gli astronomi tuttavia si resero conto meglio come la forza delle righe Balmer dipendeva

della temperatura. Un'altra astronoma di Harvard, Annie J. Cannon, eliminò le classi ridondanti nello schema Pickering–Fleming e riorganizzò le classi restanti secondo la loro temperatura. L'ordine, da caldo a freddo, era **OBAFGKM**.⁵ Con spettri ad alta risoluzione, Cannon è stata capace di migliorare la classificazione. Una sola lettera è stata divisa in sotto-categorie con dei numeri. Per esempio le stelle G sono state divise in stelle G0 (le più calde), G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8 e G9 (le più fredde). Il Sole per esempio è una stella G2.

Le stelle più fredde nella classifica standard erano stelle M9 con $T \approx 2400$ K. Per decenni gli astronomi hanno cercato stelle più fredde di 2400 K. Tali oggetti relativamente freddi sono estremamente difficili a scoprire nelle lunghezze d'onda visibili, dato che la loro luminosità è massima nell'infrarosso. Lo spettro di un corpo nero con $T \approx 1500$ K per esempio raggiunge il suo massimo a $\lambda_{\text{massimo}} \approx 2 \mu\text{m}$. Non a caso, un survey di tutto il cielo nell'infrarosso chiamato 2MASS⁶ ha esaminato il cielo a lunghezza d'onda di $\sim 2 \mu\text{m}$, con uno dei suoi scopi principali di scoprire gli oggetti più freddi di stelle M9. Questo scopo è stato raggiunto. Il survey 2MASS ha trovato vari nane fredde, di dimensione paragonabile ad una stella M9 ordinaria di sequenza principale, ma con temperature $T < 2400$ K. Nane fredde con temperature $T \sim 2000$ K sono state chiamate "nane L".⁷ Le nane L hanno caratteristiche spettrali distinti:

- Sparizione delle bande di assorbimento del TiO (e altri ossidi) comuni alle nane M
- Apparizione delle bande di assorbimento dei idridi metallici (FeH, CrH, ecc)
- Flusso maggiore nell'infrarosso che nel visibile

Secondo dwarffarchives.org, ci sono 412 nane L conosciute nel 2006. La più vicina si trova a una distanza di $d = 7.3$ pc; una stima grossolana di densità numerica di nane L nel nostro vicinato è $n \sim 0.01 \text{ pc}^{-3}$, circa un decimo della densità numerica delle nane M.

Incoraggiato dal loro successo, gli astronomi hanno ricercato nane ancora più fredde. Con considerevoli sforzi, hanno trovato alcuni deboli nane fredde che mostrano bande di assorbimento del metano, simili a quelli visti nello spettro di Giove. Il metano è una molecola relativamente fragile, rispetto ad altri ossidi di metallo e idridi metallici: si rompe a $T > 1300$ K. Le nane super fredde che hanno $T < 1300$ K sono state chiamate nane "T".⁸ La caratteristica spettrale distintiva delle nane T è la presenza di bande di assorbimento del metano. La lista di nane T conosciute conta 67 stelle; il piccolo numero di nane T rispetto alle nane L è dovuto alla minore luminosità delle nane T. Una stima per la densità numerica delle nane T è $n \sim 0.01 \text{ pc}^{-3}$, simile alla densità numerica di nane L. Le nane T più vicine sono una paio di stelle compagne della stella ϵ Indi, a una distanza di $d = 3 - 6$ pc dal Sole.

⁵La frase mnemonica tradizionale è "Oh, Be A Fine Girl, Kiss Me". Tuttavia se preferite baciare "Guys (o Goats o Gorillas), per favore, fate le sostituzioni appropriate.

⁶2 Micron All-Sky Survey

⁷Perché L? poiché la lettera L era disponibile, visto che era una delle classi scartata da Cannon.

⁸Perché T? era disponibile, dato che non faceva parte dello schema originale di classificazione di Pickering/Fleming.

La classificazione spettrale estesa è ora **OBAFGKMLT**.⁹ Una traduzione approssimata (ma utile) delle classi spettrali in temperature è:

O	40'000 K
B	20'000 K
A	9'000 K
F	7'000 K
G	5'500 K
K	4'500 K
M	3'000 K
L	2'000 K
T	<1'300 K

Forse avete notato che abbiamo usato la parola "nane L" e "nane T" invece di "stella L" e "stella T". Il motivo è che le nane L e T non sono abbastanza calde e dense per fusione l'idrogeno nei loro nuclei. Quindi non sono stelle, secondo la definizione stretta del termine. Piuttosto nane L e T sono esempi di **nane brune**, oggetti che cadono tra le categorie di stelle e di pianeti. Nane brune sono palle di gas, ma senza la fusione centrale. Quindi si raffreddano con il tempo. Una nana bruna che inizia come una nana L finisce come una nana T. Le stelle della sequenza principale, al contrario, mantengono una temperatura superficiale quasi costante finché hanno una riserva di idrogeno da fondere in elio nel nucleo.



FIGURA 2.6— Immagini in falsi colori del Sole, nana M, nana L, nana T e Giove nelle lunghezze d'onda infrarosse. [Credito: IPAC]

Come si può notare nella figura 2.6 le nane M, L e T hanno dimensioni paragonabili a Giove. Dovuto alla differenza di temperature, $L_M > L_L > L_T > L_{\text{Giove}}$. La figura 2.6 è corretta nel senso che mostra "nuvole" e "clima" sulla nana T, simile alle nuvole e il clima su Giove.

2.3 Classi di luminosità

Le classi spettrali O fino a T sono una sequenza di temperatura. Malgrado che la temperatura sia il parametro più importante che determina lo spettro di una stella, non è

⁹Una proposta mnemonica potrebbe essere: " Oh Be A Fine Guy, Kiss My Left Toe". Sostituite liberamente qualsiasi pezzo della vostra anatomia che inizia con T.

l'unico. Nei anni 30, W. W. Morgan e Philip Keenan aggiunse un estensione al vecchio schema OBAFGKM introducendo il concetto di **classi di luminosità**. Empiricamente le sei classi di luminosità, I, II, III, IV, V e VI corrispondono a diverse larghezze delle righe di assorbimento, con la classe di luminosità I avendo le righe più strette a una data temperatura e la classe di luminosità VI con le righe più larghe. Come esempio, la figura 2.7 mostra i spettri di due stelle, ciascuna con la classe spettrale O9. Lo spettro in alto, che ha una classe di luminosità I ha le righe di assorbimento più strette che lo spettro in basso che ha una classe di luminosità V.

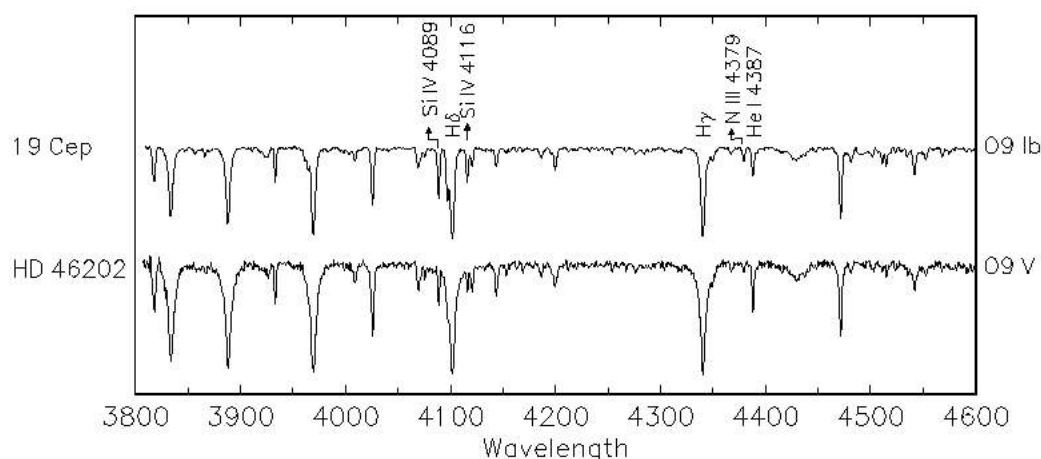


FIGURA 2.7— Spettri di due stelle del tipo O9. In alto: classe di luminosità I. In basso: classe di luminosità V.

In pratica, si trova che le sei classi di luminosità corrispondono a stelle di raggi diversi

I	supergigante
II	gigante luminosa
III	gigante
IV	sotto-gigante
V	nana (sequenza principale)
VI	sotto-nana

La maggior parte delle stelle (come il Sole, Sirius A, Alpha Centauri A, Alpha Centauri B, Proxima Centauri e Vega) sono di classe di luminosità V. Betelgeuse è una supergigante, di classe di luminosità I. Arcturus e Capella sono esempi di giganti, con classe di luminosità III.¹⁰

Perché le supergiganti (classe di luminosità I) dovrebbero avere righe di assorbimento più strette che le stelle ordinarie della sequenza principale (classe di luminosità V) della stessa temperatura di superficie? Per capirlo, pensiamo prima a cosa significa

¹⁰Nane bianche sono a volte classificate con classe di luminosità VII, e supergiganti sono spesso divise nella classe Ia (extra-supergigante) e classe Ib (supergigante ordinarie).

guardare la fotosfera di una stella. Se guardate una stella da una certa distanza, la profondità ottica τ ¹¹ aumenta mentre guardate più in profondità nell'interno della stella. Per un sottile guscio sferico di raggio r e di spessore dr , la relazione tra la profondità ottica del guscio $d\tau$ e lo spessore fisico dr è

$$d\tau = -\rho(r)\kappa(r)dr, \quad (2.28)$$

dove ρ è la densità di massa del guscio e κ è l'**opacità**. L'opacità κ si trova sommando insieme la sezione d'urto¹² di tutti assorbimenti e diffusioni nel guscio e dividendo dalla massa totale del guscio. Quindi le unità di κ sono m^2kg^{-1} . Nella fotosfera del Sole, $\kappa \approx 3 \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$, ma in generale l'opacità è una funzione della temperatura, densità e composizione chimica. Il segno negativo nell'equazione 2.28 indica che τ aumenta quando il raggio r diminuisce. Per un guscio sottile, $d\tau$ è solo la probabilità che un fotone sia assorbito o diffuso mentre attraversa il guscio. Mentre vi muovete verso una stella, la fotosfera si trova quando la profondità ottica raggiunge un valore di $\tau = 1$. Dato che l'equazione dell'equilibrio idrostatico ci dice che

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho, \quad (2.29)$$

possiamo scrivere che la dipendenza della pressione dalla profondità ottica è

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{dP}{dr} \frac{dr}{d\tau} = \frac{g}{\kappa}. \quad (2.30)$$

Se supponiamo che g/κ è grossomodo costante nell'atmosfera della stella,

$$P = \frac{g}{\kappa}\tau. \quad (2.31)$$

Dato che $\tau = 1$ nella fotosfera (per definizione) possiamo calcolare la pressione come

$$P_{\text{phot}} = \frac{g_{\text{phot}}}{\kappa_{\text{phot}}}. \quad (2.32)$$

Per il Sole la pressione nella fotosfera è $P_{\odot} \sim 100 \text{ Nm}^{-2} \sim 10^{-3} \text{ atm}$. Combinato con la temperatura della fotosfera di $T_{\odot} = 5800 \text{ K}$ e un peso molecolare medio di circa 1, questo implica una densità nella fotosfera di $\rho_{\odot} \sim 10^{-5} \text{ kg m}^{-3}$.

In generale quindi le stelle con un'accelerazione gravitazionale g maggiore avranno pressioni P maggiori nella loro fotosfera, dato che l'opacità κ non cambia molto tra varie stelle. Questo significa che le stelle con maggiore accelerazione avranno maggiore

¹¹La profondità ottica è una misura di quanto l'intensità della luce è attenuata viaggiando attraverso il gas.

¹²La sezione d'urto (in inglese cross section) è una quantità adoperata per descrivere un processo d'interazione tra particelle, come la diffusione o l'assorbimento, quantificando la probabilità che uno stato iniziale di particella risulti trasformato, a seguito dell'evento d'interazione, in un nuovo stato. Ha le dimensioni di un'area. La sezione d'urto è una grandezza intrinseca del singolo processo, ma si può pensare, come analogia, in termini classici come l'**area** misurata attorno ad una particella bersaglio all'interno della quale la presenza di una seconda particella genera fenomeni di interazione tra i due corpi.

“allargamento di pressione”¹³ (anche conosciuta come “allargamento di collisione”) delle loro righe di assorbimento.¹⁴

Come esempio specifico paragoniamo Betelgeuse e Proxima Centauri. Betelgeuse è una stella M2I e ha una magnitudine assoluta $M_V \approx -5.5$. Proxima Centauri è una stella M5V e ha una magnitudine assoluta $M_V \approx 15$. Betelgeuse e Proxima Centauri hanno una temperatura di superficie simile ($T \sim 3000$ K), ma differiscono da 20 ordine di magnitudine in M_V ; si tratta di una differenza di un fattore $\sim 10^8$ in luminosità. Betelgeuse è 10^8 volte più luminosa che Proxima Centauri perché è più grande di un fattore $\sim 10^4$ ¹⁵. Visto che Betelgeuse è molto più grande che Proxima Centauri, l’accelerazione gravitazionale nella sua fotosfera è molto minore:

$$\frac{g_{\text{Betel}}}{g_{\text{Prox}}} = \frac{M_{\text{Betel}}}{M_{\text{Prox}}} \left(\frac{r_{\text{Betel}}}{r_{\text{Prox}}} \right)^{-2} \approx (200)(13'000)^{-2} \approx 10^{-6}. \quad (2.33)$$

Quindi la pressione nella fotosfera di Proxima Centauri sarà maggiore di un fattore $\sim 10^6$, generando una maggiore quantità di “pressure broadening” nelle sue righe di assorbimento.

La classificazione completa del Sole è **G2V**. Questo gruppo di tre simboli è ricco d’informazioni. Empiricamente la classe spettrale ‘G2’ indica che lo spettro del Sole possiede deboli righe Balmer e fortissime righe Ca II. (Ca II è il calcio con un elettrone in meno, dato il basso potenziale d’ionizzazione del calcio, non implica una temperatura molto alta.) Possiamo dedurre dalla forza relativa delle righe Balmer e delle righe Ca II che la classe spettrale G2 corrisponde alla temperatura $T = 5800$ K. Empiricamente la classe di luminosità V significa che le righe di assorbimento del Sole sono larghe. Deduciamo che la classe di luminosità V corrisponde ad una stella ordinaria della sequenza principale, con una pressione relativamente elevata nella sua fotosfera.

2.4 Diagrammi Hertzsprung – Russell

All’inizio del ventesimo secolo, quando la classifica OBAFGKM è stato stabilito, due astronomi si sono accorti, in modo indipendente, che poteva essere utile rappresentare graficamente la magnitudine assoluta visibile delle stelle in funzione del loro tipo spettrale. (È grossomodo un equivalente del grafico luminosità in funzione della temperatura). I due scienziati che ebbero questa idea erano l’astronomo danese Ejnar Hertzsprung e l’astronomo americano Henry Norris Russell. La loro invenzione – il diagramma della magnitudine assoluta in funzione della classe spettrale – viene chiamato il “diagramma Hertzsprung–Russell”, o **diagramma HR**.

¹³“pressure broadening” in inglese

¹⁴La **pressure broadening** accade quando la densità numerica di atomi e dei ioni è sufficientemente alta che non possono più essere considerati come sistemi isolati. Quando un atomo subisce un incontro ravvicinato con un altro atomo, o ioni, o elettrone libero, il campo elettrico della particella intrusiva causa uno spostamento verso l’alto o verso il basso dei livelli di energia dell’atomo. Per un insieme di atomi, i spostamenti aleatori verso l’alto o verso il basso dei livelli energetici hanno un effetto di allargamento sulle righe di assorbimento osservate.

¹⁵ $r_{\text{Bet}} \approx 1800r_{\odot}$ mentre $r_{\text{Prox}} \approx 0.14r_{\odot}$

Il primo diagramma HR che Russell pubblicò nel 1912 è mostrato nella figura 2.8 (il diagramma di Hertzsprung è molto simile). Per generare queste figure, Russell calcolò la magnitudine assoluta di stelle di cui si conosceva la distanza. Dallo spettro egli determinò la classe spettrale e trovò che le stelle *non* si distribuiscono casualmente nella figura. Invece le stelle cadono lungo una larga linea dall'angolo in alto a sinistra (stelle calde e luminose) verso l'angolo in basso a destra (stelle fredde e poco luminose). I risultati generali di Russell sono stati confermati da studi più ricchi e approfonditi (lato destro della figura 2.8). In questa figura vengono rappresentati la magnitudine assoluta M_V in funzione dell'indice di colore $B - V$ per un campione di 5000 stelle con una parallasse misurata con meno di 5% di errore con il satellite *Hipparcos*. Dato che l'indice di colore $B - V$ e la classe spettrale OBAFGKM sono entrambi correlati con la temperatura superficiale, un diagramma HR può usare qualunque quantità sulle asse delle x .

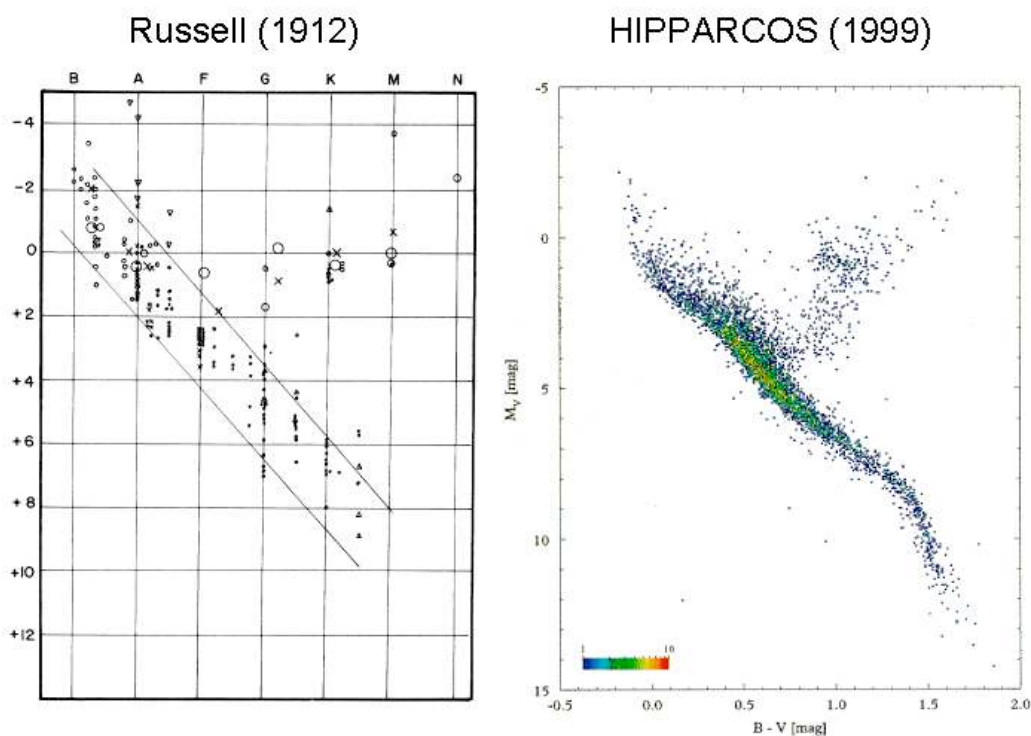


FIGURA 2.8— A sinistra: Il diagramma HR originale di Henry Russell. A destra: Il diagramma HR per le stelle osservate con la sonda spaziale Hipparcos.

La striscia diagonale dall'alto a sinistra verso il basso a destra su un diagramma HR è chiamata **sequenza principale**, e dà anche questo nome alle stelle che si trovano. Tutte le stelle della sequenza principale hanno una classe di luminosità V e sono relativamente dense e piccole stelle nane. Il piccolo numero di stelle sopra sulla destra della sequenza principale (stelle fredde ma luminose) fanno parte della classe di luminosità III. I punti sparsi sotto e a sinistra della sequenza principale sono nane bianche, questi densi residui stellari di cui Sirius B è un esempio.

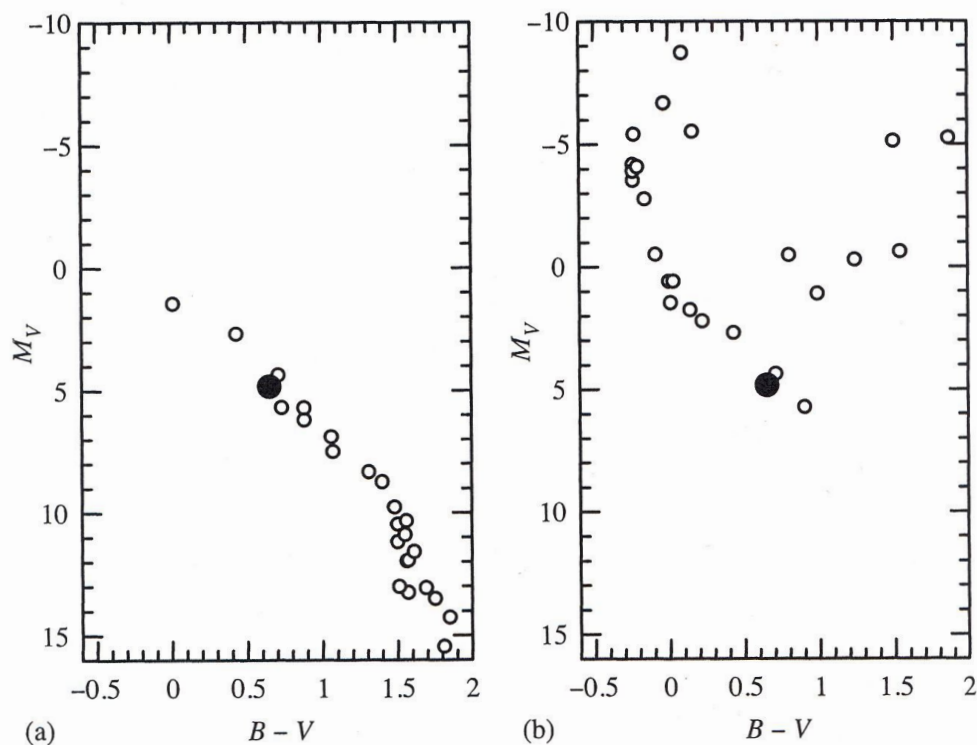


FIGURA 2.9— A sinistra: diagramma HR per le 25 stelle più vicine alla Terra. A destra: diagramma HR per le 25 stelle apparentemente più brillanti viste dalla Terra. In entrambi (a) e (b), il disco nero rappresenta il Sole.

È utile esaminare diverse popolazioni di stelle nel diagramma HR. Per esempio guardiamo tutte le stelle vicine al Sole (con una distanza minore di qualche parsec). Si conosce con precisione la loro distanza e quindi anche la loro magnitudine assoluta. Dovrebbero essere un campione rappresentativo delle stelle della nostra galassia, perché i dintorni del Sole non hanno niente di particolare. La figura 2.9 mostra un tale campione di stelle: molte stelle sono nane e non ci sono giganti o supergiganti entro 5 parsec dal Sole. Sulla sequenza principale, nessun è più caldo o più luminoso che Sirius A (classe spettrale A1, $T \sim 10^4$ 000 K). Tuttavia circa la metà delle stelle del nostro vicinato sono del tipo MV: piccole, fredde, stelle della sequenza principale.

Come altro esempio, guardiamo le stelle apparentemente più brillanti, cioè quelle da cui riceviamo il flusso maggiore. Il diagramma HR di queste stelle è mostrato nella figura 2.9: sono un campione non-rappresentativo delle stelle in generale. La maggior parte di loro sono calde e luminose stelle della sequenza principale, giganti (classe di luminosità III) e supergiganti (classe di luminosità I). Malgrado che le supergiganti sono estremamente rare, la loro luminosità le rende visibile a grande distanze.¹⁶ Le nane M che compongono più della metà della popolazione stellare sono tutte invisibili

¹⁶Le supergigante sono le VIP della galassia; malgrado che non ce ne sono molte, hanno un talento per la pubblicità, quindi tutti le conoscono.

a occhio nudo. Perfino Proxima Centauri dovrebbe essere spostata a un decimo della sua distanza attuale per essere visibile.

La relativa strettezza della sequenza principale sul diagramma HR (figura 2.8) ci fornisce un nuovo modo per stimare la distanza delle stelle: questo nuovo metodo si chiama **parallasse spettroscopica**. Per vedere come funziona, supponiamo che misurate lo spettro di una stella e determinate che la sua classe di luminosità è V, cioè è sulla sequenza principale. Per qualsiasi stella della sequenza principale la sua magnitudine assoluta (cioè la sua luminosità) è determinata dal suo tipo spettrale. Per esempio, una stella O5 della sequenza principale ha una magnitudine $M_V = -6.0$; una stella M5 della sequenza principale ha una magnitudine $M_V = 12.3$.¹⁷ Se misurate la magnitudine apparente m_V di una stella, potete trovare la sua distanza dalla relazione

$$5 \log(d/10 \text{ pc}) = m_V - M_V \quad (2.34)$$

Ci sarà qualche incertezza in questo calcolo perché non tutte le stelle che hanno la stessa classificazione spettrale hanno *esattamente* la stessa magnitudine assoluta: la sequenza principale è una banda, non una linea infinitesimale. In addizione abbiamo trascurato l'estinzione dovuta alla **polvere interstellare**.

2.5 Problemi

1. Quanto è la somma delle masse stellari in una binaria visibile di periodo 40 anni, di massima separazione $5''$ e di parallasse $0.3''$? Supponete un'inclinazione orbitale $i = 0$ e un'orbita apparente circolare.
2. Trovate la distanza in parsec di una binaria visibile che consiste di stelle di magnitudine bolometrica assoluta di $+5.0$ e $+2.0$. La separazione angolare media è $0.05''$ e il periodo orbitale osservato è 10 anni. Le stelle obbediscono alla relazione massa–luminosità. Quali supposizioni avete fatto per arrivare alla risposta?
3. Mostrate che i sistemi binari con piccole orbite hanno elevate velocità orbitali.
4. Derivate un'espressione che fornisce il diametro angolare stellare in milliarcosecondi quando si conoscono il diametro vero della stella (in raggi solari) e la distanza tra la Terra e questa stella (in parsec).
5. (a) Usate la relazione massa–luminosità per calcolare l'intervallo di luminosità di stelle di massa tra $0.085 M_\odot$ e $100 M_\odot$.
(b) Qual è la massa di una stella che ha una luminosità di $0.1 L_\odot$? Qual è la massa di una stella che ha una luminosità di $1000 L_\odot$?
6. La stella Vega possiede un diametro angolare misurato di 3.24 milliarcosecondi e un flusso di $2.84 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$. La sua distanza è 8.1 pc . Qual è il diametro vero di Vega e la sua temperatura effettiva?

¹⁷Le magnitudini assolute delle stelle della sequenza principale possono essere lette su un diagramma HR.

7. I spettri di assorbimento di quattro stelle mostrano le seguenti caratteristiche: Quali sono i tipi spettrali appropriati ?
 - (a) Le righe più forti sono le bande di ossidi di titanio.
 - (b) Le righe più forti sono di elio ionizzato.
 - (c) Le righe Balmer dell'idrogeno sono molto forti, e alcune righe di metalli ionizzati sono presenti.
 - (d) Ci sono moderatamente forti righe dell'idrogeno e righe di metalli neutri e ionizzati, ma le righe più forti in questo spettro sono quelle del Ca: H e K.
8. Se la parallasse di una stella della sequenza principale ha un incertezza di 25%, di quanto e in quale direzione questa stella sarà spostata rispetto alla SP in un diagramma HR.
9. Con l'occhio nudo, lontano dall'inquinamento luminoso delle città, potete vedere stelle di magnitudine apparente nel visibile 6.0 o più brillanti. Per ogni tipo di classe spettrale della SP, calcolate la distanza massima alla quale potete osservare una stella di questo tipo per questo limite di magnitudine (cioè O5V, B5V, A5V, F5V, ...)
10. Stimate la distanza di questi ammassi a partire dal loro grafico (vedi sotto). Per convertire il loro colore $B - V$ nel tipo spettrale, usate la tavola A4-3 sotto.
 - (a) l'ammasso dei Pleiadi
 - (b) M3

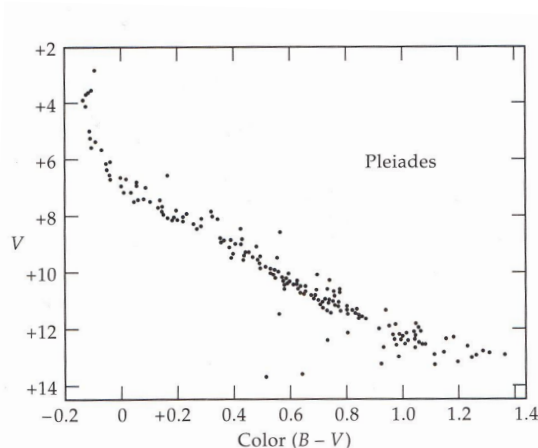


FIGURA 2.10— L'ammasso delle Pleiadi

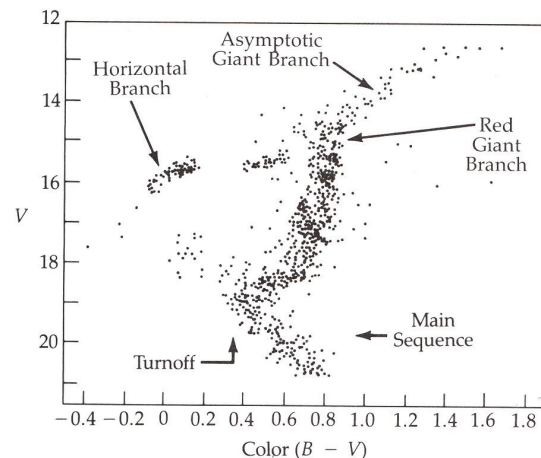


FIGURA 2.11— L'ammasso globulare M3

TABLE A4-3 Stellar Characteristics by Spectral Type and Luminosity Class

Spectral Type	M_V			$B - V$			$T_{\text{eff}} \text{ (K)}$			BC	$R/R_{\odot}$			$M/M_{\odot}$		
	V	III	Ib*	V	III	I	V	III	I	V	V	III	I	V	III	I
O5	-6.0			-0.32	-0.32	-0.32	50,000			-4.30	18			40		100
B0	-4.1	-5.0	-6.2	-0.30	-0.30	-0.24	27,000			-3.17	7.6	16	20	17		50
B5	-1.1	-2.2	-5.7	-0.16	-0.16	-0.09	16,000			-1.39	4.0	10	32	7		25
A0	+0.6	-0.6	-4.9	0.00	0.00	+0.01	10,400			-0.40	2.6	6.3	40	3.6		16
A5	+2.1	+0.3	-4.5	+0.15	+0.15	+0.07	8200			-0.15	1.8		50	2.2		13
F0	+2.6	+0.6	-4.5	+0.30	+0.30	+0.24	7200			-0.08	1.3		63	1.8		13
F5	+3.4	+0.7	-4.5	+0.45	+0.45	+0.45	6700	6500	6200	-0.04	1.2	4.0	80	1.4		10
G0	+4.4	+0.6	-4.5	+0.60	+0.65	+0.76	6000	5500	5050	-0.06	1.04	6.3	100	1.1	2.5	10
G5	+5.2	+0.3	-4.5	+0.65	+0.86	+1.06	5500	4800	4500	-0.10	0.93	10	126	0.9	3	13
K0	+5.9	+0.2	-4.5	+0.81	+1.01	+1.42	5100	4400	4100	-0.19	0.85	16	200	0.8	4	13
K5	+8.0	-0.3	-4.5	+1.18	+1.52	+1.71	4300	3700	3500	-0.71	0.74	25	400	0.7	5	16
M0	+9.2	-0.4	-4.5	+1.39	+1.65	+1.94	3700	3500	3300	-1.20	0.63		500	0.5	6	16
M5	+12.3	-0.5	-4.5	+1.69	+1.85	+2.15	3000	2700		-2.10	0.32			0.2		

*All class Ia stars have an absolute visual magnitude of -0.7 .

BC is bolometric correction.

2.6 Soluzioni

1. L'inclinazione dell'orbita è $i = 0$, quindi l'orbita è vista di faccia: visto che appare circolare è *veramente* circolare. La separazione massima apparente delle stelle ($a'' = 5.0 \text{ arcsec}$) è quindi uguale alla dimensione angolare del semiasse maggiore. Il periodo orbitale delle stelle è $P = 40$ anni. La parallasse del sistema binario è $\Pi'' = 0.3 \text{ arcsec}$, quindi è ad una distanza $d = 1/\Pi'' = 3.33 \text{ pc} = 6.88 \times 10^5 \text{ UA}$ dal Sole. La dimensione fisica del semiasse maggiore è pertanto $a = a''/\Pi'' = 16.7 \text{ UA}$. La somma delle masse stellari può essere trovata ora con la terza legge di Kepler:

$$M_1 + M_2 = a^3/P^2 = 16.7^3/40^2 = 2.9M_{\odot}.$$

2. Un sistema binario contiene stelle con magnitudine assoluta bolometrica $M_{\text{bol},1} = 2.0$ e $M_{\text{bol},2} = 5.0$. La relazione tra magnitudine assoluta bolometrica e luminosità è

$$L/L_{\odot} = 10^{0.4(4.74 - M_{\text{bol}})},$$

dove si usa la convenzione dell'IAU che $M_{\text{bol},\odot} = 4.74$. Quindi le luminosità delle due stelle sono $L_1/L_{\odot} = 10^{1.096} = 12.47$ e $L_2/L_{\odot} = 10^{-0.104} = 0.79$. Usando la relazione mass-luminosità

$$M/M_{\odot} = (L/L_{\odot})^{1/4}$$

appropriata per le stelle con $M > 0.43M_{\odot}$, si trova che $M_1/M_{\odot} = 10^{0.274} = 1.88$ e $M_2/M_{\odot} = 10^{-0.026} = 0.94$. La separazione angolare media è $a'' = 0.05 \text{ arcsec}$ e il periodo orbitale è $P = 10$ anni. Dalla terza legge di Kepler

$$(M_1 + M_2)P^2 = (a''/\Pi'')^3,$$

si calcola che

$$d = 1/\Pi'' = \frac{(M_1 + M_2)^{1/3} P^{2/3}}{a''} = \frac{2.82^{1/3} 10^{2/3}}{0.05} = 130 \text{ pc} .$$

Si è fatta la supposizione che le stelle siano stelle della sequenza principale e che la separazione angolare a'' che è stata data è stata corretta dall'inclinazione.

3. Supponiamo che le stelle sono su orbite circolari (il che rende tutti i calcoli molto più semplici). Se la distanza tra la stella 1 e la stella 2 è a , allora la velocità della stella 1 relativamente alla stella 2 (e viceversa) è

$$v = \frac{2\pi a}{P} .$$

Dalla terza legge di Kepler sappiamo che

$$P = \frac{a^{3/2}}{(M_1 + M_2)^{1/2}} .$$

Quindi eliminando P tra queste due equazioni, si trova

$$v = \frac{2\pi(M_1 + M_2)^{1/2}}{a^{1/2}} .$$

Per un sistema binario di una data massa $v \propto a^{-1/2}$.

4. Sia D il diametro di una stella misurato in unità di $R_\odot = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$, e sia d la distanza in parsec. Da che $D \ll d$, si può applicare la formula per piccoli angoli quando si vuole calcolare il diametro angolare θ della stella:

$$\theta[\text{radianti}] = \frac{D}{d} = \frac{D[R_\odot]}{d[\text{pc}]} \left(\frac{6.96 \times 10^8 \text{ m}/1 R_\odot}{3.086 \times 10^{16} \text{ m}/1 \text{ pc}} \right) = 2.26 \times 10^{-8} \frac{D[R_\odot]}{d[\text{pc}]} .$$

Tuttavia visto che ci sono $206'265 \times 1000 \approx 2.063 \times 10^8$ miliardesecondi per radianti, il diametro angolare θ in unità di miliardesecondi è

$$\theta[\text{mas}] = 2.063 \times 10^8 \left(2.26 \times 10^{-8} \frac{D[R_\odot]}{d[\text{pc}]} \right) = 4.66 \frac{D[R_\odot]}{d[\text{pc}]} .$$

(Da Proxima Centauri ($d = 1.295 \text{ pc}$) il Sole ($D = 2R_\odot$) ha un diametro angolare di $\theta = 7.20 \text{ mas}$.)

5. Per stelle con $M < 0.43M_\odot$, la relazione massa–luminosità è approssimativamente $L/L_\odot = 0.23(M/M_\odot)^{2.3}$. Quindi una stella con una massa di $M = 0.085M_\odot$ avrà una luminosità

$$L = 0.23(0.085)^{2.3} = 7.9 \times 10^{-4} L_\odot .$$

(Sfere di gas sotto questo limite non sono abbastanza calde per fare la fusione dell'idrogeno in elio, quindi saranno "nane brune" non stelle). Per stelle con $M >$

$0.43M_{\odot}$, la relazione massa–luminosità è approssimativamente $L/L_{\odot} = (M/M_{\odot})^{4.0}$. Quindi una stella con $M = 100M_{\odot}$ avrà una luminosità

$$L = (100)^{4.0} = 1 \times 10^8 L_{\odot} .$$

Il rapporto di masse è circa 1200; il rapporto di luminosità è circa 120 miliardi.

b) Usando la relazione $L/L_{\odot} = (M/M_{\odot})^{4.0}$, si trova $M/M_{\odot} = (L/L_{\odot})^{0.25}$. Quindi una stella con una luminosità $L = 0.1L_{\odot}$ avrà una massa

$$M = (0.1)^{0.25} = 0.56M_{\odot} .$$

(Questo è sopra $0.43M_{\odot}$, quindi abbiamo scelto la formula corretta.) Una stella con luminosità $L = 10^3 L_{\odot}$ avrà una massa di

$$M = (10^3)^{0.25} = 5.6M_{\odot} .$$

6. Vega possiede un diametro angolare di $\theta = 3.24$ mas e una distanza di $d = 8.1$ pc = 2.50×10^{17} m. In una domanda precedente si è calcolato la formula che collega θ (in mas), d (in pc), e il diametro D di una stella (in $R_{\odot}$):

$$\theta = 4.66 D/d .$$

Quindi, per Vega,

$$D = \theta d / 4.66 = (3.24)(8.1) / 4.66 = 5.6R_{\odot} = 3.9 \times 10^9 \text{ m} .$$

Il flusso di Vega, come visto dalla posizione della Terra, è $f = 2.84 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$. La sua luminosità è quindi

$$L = 4\pi d^2 f = 2.23 \times 10^{28} \text{ W} = 57L_{\odot} .$$

La temperatura effettiva è legata alla luminosità e al diametro tramite la relazione

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 = \pi D^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 .$$

La temperatura effettiva di Vega è quindi

$$T_{\text{eff}} = \left(\frac{L}{\pi D^2 \sigma} \right)^{1/4} = 9500 \text{ K} .$$

7. a) Le caratteristiche principali sono bande TiO: stelle M (le molecole non possono esistere in grande quantità nelle stelle più calde).
 b) Le righe più forte sono He II: stelle O (elio ionizzato non può esistere in grande quantità nelle stelle più fredde).
 c) Le righe Balmer sono molto forte: stelle A (ricordatevi che le righe Balmer sono le più forti attorno a 10^4 K, la temperatura di stelle A).
 d) Le righe Ca II sono le più forti nello spettro: stelle fredde F e stelle calde G (in fatti la descrizione completa corrisponde esattamente lo spettro solare, una stella G2).

8. Un errore nella parallasse induce un errore nella distanza. Notate che un errore nella parallasse *non* avrà conseguenza nella classificazione spettrale della stella, ma cambierà la luminosità calcolata (o la magnitudine assoluta). Supponiamo per esempio che la parallasse sia 25% troppo grande: $\pi_{\text{err}} = 1.25\pi_{\text{vera}}$. La distanza (sbagliata) è quindi troppo piccola $d_{\text{err}} = 1/\pi_{\text{err}} = 1/(1.25\pi_{\text{vera}}) = 0.80d_{\text{vera}}$. La luminosità sbagliata è quindi troppo piccola, supponendo che abbiamo misurato il flusso nel modo giusto. $L_{\text{err}} = 4\pi d_{\text{err}}^2 f = (0.80)^2 4\pi d_{\text{vera}}^2 f = 0.64L_{\text{vera}}$. Dalla definizione di magnitudine assoluta,

$$M_{\text{vera}} - M_{\text{err}} = 2.5 \log(L_{\text{err}}/L_{\text{vera}}) = 2.5 \log(0.64) = -0.48 .$$

La magnitudine assoluta stimata sarà mezza magnitudine troppo debole (verso il basso nel diagramma HR). Se la parallasse è 25% troppo piccola, si può fare un calcolo simile e trovare che la magnitudine assoluta sarà 0.62 magnitudine troppo brillante (verso l'alto nel diagramma HR).

9. Lontano dalle luce delle città, la magnitudine visibile limite per l'occhio nudo umano è $m_V = 6.0$. La distanza limite per una stella di magnitudine assoluta M_V è quindi

$$d_{\text{lim}} = 10^{0.2(6.0 - M_V + 5)} .$$

Per stelle O5V, $M_V = -6.0$, e $d_{\text{lim}}(O) = 10^{3.4} = 2500 \text{ pc}$.

Per stelle B5V, $M_V = -1.1$, e $d_{\text{lim}}(B) = 10^{2.42} = 260 \text{ pc}$.

Per stelle A5V, $M_V = 2.1$, e $d_{\text{lim}}(A) = 10^{1.78} = 60 \text{ pc}$.

Per stelle F5V, $M_V = 3.4$, e $d_{\text{lim}}(F) = 10^{1.52} = 33 \text{ pc}$.

Per stelle G5V, $M_V = 5.2$, e $d_{\text{lim}}(G) = 10^{1.16} = 14 \text{ pc}$.

Per stelle K5V, $M_V = 8.0$, e $d_{\text{lim}}(K) = 10^{0.60} = 4.0 \text{ pc}$.

Per stelle M5V, $M_V = 12.3$, e $d_{\text{lim}}(M) = 10^{-0.26} = 0.55 \text{ pc}$.

10. Per misurare la distanza di ammassi di stelle, si può usare il metodo delle parallasse spettroscopiche. Se m_V è misurato è M_V dedotto dalla classificazione spettrale della stella o dal colore, allora la distanza (in parsec) è

$$d = 10^{0.2(m_V - M_V + 5)}$$

a) Per le Pleiadi possiamo calcolare $m_V - M_V$ per stelle di diverse classi spettrali. Per esempio stelle A0 hanno $B - V = 0.00$ and $M_V = 0.6$. Dalla figura si stima che $m_V = 6.8$ e quindi $m_V - M_V = 6.2$. Per stelle F0, $B - V = 0.30$, $M_V = 2.6$, e (stimato dalla figura) $m_V = 8.4$, che porta a $m_V - M_V = 5.8$. In un modo simile si stima $m_V - M_V = 5.9$ per stelle G0 e $m_V - M_V = 5.7$ per stelle K0. Mediamente lungo la SP, $m_V - M_V = (6.2 + 5.8 + 5.9 + 5.7)/4 = 5.9$. Con questo modulo di distanza medio

$$d = 10^{0.2(5.9 + 5)} = 10^{2.18} = 150 \text{ pc} .$$

Notate che questo metodo grossolano ha una grande incertezza. Un errore di ± 0.2 magnitudine in $m_V - M_V$ porta a un errore di $\pm 10\%$ nella distanza.

b) Stimare la distanza di M3 è ancora più difficile, perché possiede solo alcune stelle della SP. Tuttavia per stelle G0V con $B - V = 0.60$ e $M_V = 4.4$, si stima $m_V = 19.8$ dalla figura. Quindi $m_V - M_V = 15.4$ e

$$d \approx 10^{0.2(15.4+5)} = 10^{4.08} \approx 12,000 \text{ pc} .$$

(Si poteva anche provare di usare stelle giganti [classe di luminosità III] come indicatori di distanza. Tuttavia le stelle giganti hanno una dispersione grande in magnitudine assoluta per un dato colore $B - V$. Questa dispersione porta ad una incertezza ancora più grande nella stima di distanza.)